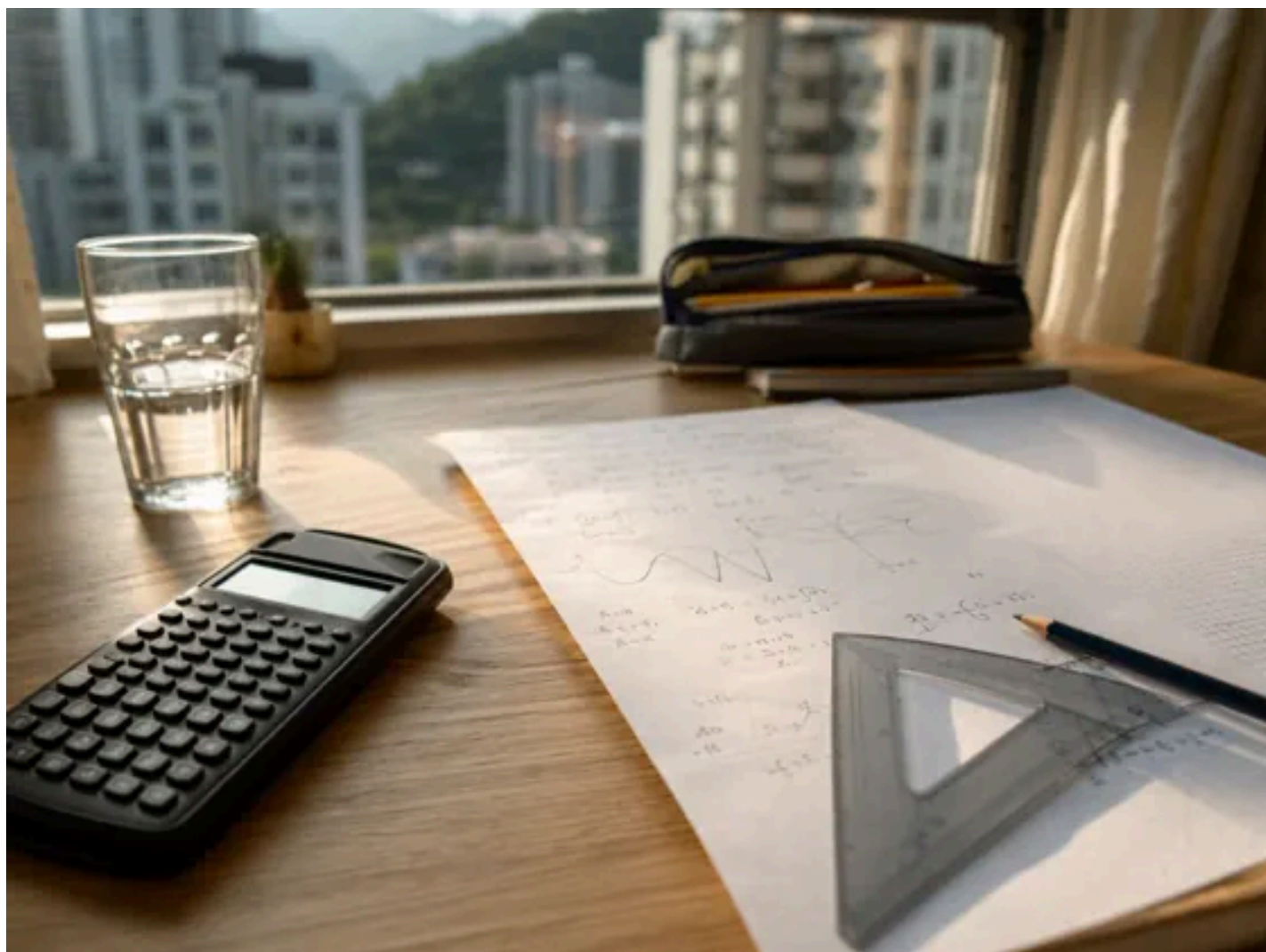


# IB 數學 AA SL 模擬試題（Paper 1 + Paper 2 共 14 題） + 完整詳解、 評分要點及 IA 探究指引

TutorZone (www.tutorzone.com.hk) 原創模擬試題 · 非考評局官方試題

**直接答案：**IB 數學（Analysis and Approaches，簡稱 AA）標準級 SL 的公開評核分三部分：**Paper 1**（1 小時 30 分，80 分，佔 40%，不許使用計算機）、**Paper 2**（1 小時 30 分，80 分，佔 40%，須使用 GDC／計算機），以及校內評估 **Internal Assessment「數學探究（Mathematical Exploration）」** 20 分，佔 20%。兩卷各設 Section A 短答題與 Section B 長答題，全部必答。以下為 TutorZone 原創模擬試題（兩卷共 14 題）連完整詳解與評分要點，全部答案已逐題核算。



AA SL 的分數分布很平均：兩卷各 80 分、探究 20 分——沒有哪一部分可以放棄。

考制速覽：IB 數學 AA SL 評核結構

| 評核部分     | 形式                                                      | 時間        | 分數    | 比重   |
|----------|---------------------------------------------------------|-----------|-------|------|
| Paper 1  | 不准使用計算機；Section A 短答題（必答）＋ Section B 長答題（必答）            | 1 小時 30 分 | 80 分  | 40%  |
| Paper 2  | 須使用計算機（GDC）；Section A 短答題（必答）＋ Section B 長答題（必答）        | 1 小時 30 分 | 80 分  | 40%  |
| 校內評估（IA） | 數學探究（Mathematical Exploration）：一份獨立書面探究，由校內教師評分、IB 校外審核 | 課程期間完成    | 20 分  | 20%  |
| 合計       |                                                         |           | 180 分 | 100% |

**SL 與 HL 的分別：**HL 卷一、卷二各 2 小時、110 分（各佔 30%），另有 Paper 3（1 小時、55 分、佔 20%），IA 同樣 20 分佔 20%。SL 沒有 Paper 3。

**AA 與 AI 的分別：**兩者共享 60 小時共同內容，但 AA 側重**函數與微積分**、代數推理與證明（適合數理、工程、經濟等方向），AI 側重統計、建模與科技應用。

**2029 新課程預告（升學規劃要知）：**IB 已公布新一版數學 AA 課程**2027 年 2 月發布、2027 年 8 月首次教授、2029 年 5 月首次評核**。新課程下 SL 卷一、卷二分數由 80 分減至 **75 分**（題目數量減少），HL 卷一、卷二由 110 減至 100 分、卷三由 55 分減至 50 分且時間改為 1 小時；IA 準則亦改以「數學探究過程」為框架。換言之：**2027 及 2028 年應考的學生仍用現行結構（本卷依此編寫），2027 年 8 月入讀的學生才會用到新課程。**

02

本卷設計與版權說明

本模擬卷由 TutorZone 導師團隊依據 IB 公開資料（《Mathematics: analysis and approaches》科目簡介與課程指引所載的評核大綱）自行編寫，**並非 IB 官方試題、樣本試卷或過往試題**。IB 名稱、課程文件及試題版權屬 International Baccalaureate Organization，本卷不轉載任何官方試題或課程文件內容。題目、詳解與評分要點均為本卷原創，所有數值答案已逐題核算；分數分配為本卷自訂（總分依官方 80 分設計），僅供操練與自我評估之用。

03

Paper 1 模擬試題（不許使用計算機，80 分）

**Section A：短答題（5 題，每題 8 分，共 40 分）**——除非另有指示，所有答案須以「準確值」或指定有效數字表達，並展示足夠步驟。

1. 等差數列 (arithmetic sequence) 中,  $u_3 = 16$  且  $u_8 = 41$ 。

(a) 求公差  $d$  與首項  $u_1$ 。(3 分)

(b) 求首 20 項之和  $S_{20}$ 。(5 分)

2. 求  $(2 + 3x)^6$  展開式中  $x^4$  的係數。(8 分)

3. 解方程  $\log_2 x + \log_2(x - 2) = 3$ 。(8 分)

4. 設複數  $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ 。

(a) 求  $|z|$  與  $\arg z$  (以弧度或度數表示)。(4 分)

(b) 由此求  $z^3$ 。(4 分)

5. 設  $f(x) = x^2 \ln x$  ( $x > 0$ )。

(a) 求  $f'(x)$ 。(4 分)

(b) 求曲線  $y = f(x)$  在  $x = 1$  處的切線方程。(4 分)

**Section B : 長答題 (2 題, 每題 20 分, 共 40 分)**

6. 設  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ 。

(a) 求  $f'(x)$  並解  $f'(x) = 0$ 。(4 分)

(b) 由此判定各駐點 (stationary point) 的性質, 並求其坐標。(6 分)

(c) 求曲線的拐點 (point of inflection) 坐標。(4 分)

(d) 解  $f(x) = 1$ , 並說明圖像與直線  $y = 1$  的交點數目。(6 分)

7. 在三角形 ABC 中,  $AB = 7$  cm、 $AC = 9$  cm, 且  $\angle A = 60^\circ$ 。

(a) 求 BC 的準確值。(5 分)

(b) 求三角形面積的準確值, 並以 3 位有效數字表示。(7 分)

(c) 求  $\angle C$  與  $\angle B$  (3 位有效數字)。(8 分)

## Paper 1 答案與評分要點

1. (a) 3 分： $u_8 - u_3 = 5d \Rightarrow 41 - 16 = 5d \Rightarrow d = 5$  (2 分)； $u_1 = u_3 - 2d = 16 - 10 = 6$  (1 分)。

(b) 5 分： $S_{20} = 20/2 [2(6) + 19(5)] = 10(12 + 95) = 1070$ 。(公式 2 分；代入 2 分；答案 1 分)

2. 8 分：一般項  $T_{k+1} = C(6, k) \cdot 2^{6-k} \cdot (3x)^k$  (3 分)。設  $k = 4$ ： $C(6, 4) = 15$  (2 分)； $15 \times 2^2 \times 3^4 = 15 \times 4 \times 81 = 4860$  (3 分)。

3. 8 分：合併對數： $\log_2[x(x-2)] = 3$  (2 分)  $\Rightarrow x(x-2) = 2^3 = 8$  (2 分)  $\Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0$  (2 分)  $\Rightarrow x = 4$  或  $x = -2$ ；因  $x > 2$  (真數必須為正)，故  $x = 4$  (2 分)。只寫  $x = 4$  而無剔除  $x = -2$  者扣 1 分。

4. (a) 4 分： $|z| = \sqrt{(2^2 + (2\sqrt{3})^2)} = \sqrt{(4 + 12)} = 4$  (2 分)； $\arg z = -\pi/3$  (即  $-60^\circ$ )，因  $z$  位於第四象限 (2 分)。

(b) 4 分： $z = 4 \operatorname{cis}(-\pi/3)$  (1 分)  $\Rightarrow z^3 = 4^3 \operatorname{cis}(-\pi) = -64$  (3 分)。(直接展開  $(2 - 2\sqrt{3}i)^3$  亦接受。)

5. (a) 4 分：乘積法則： $f'(x) = 2x \cdot \ln x + x^2 \cdot (1/x) = 2x \ln x + x$ 。(每項 2 分)

(b) 4 分： $f(1) = 1^2 \cdot \ln 1 = 0$ ，故切點為  $(1, 0)$  (2 分)； $f'(1) = 2(1)(0) + 1 = 1$  (1 分)；切線： $y - 0 = 1(x - 1)$ ，即  $y = x - 1$  (1 分)。

6. (a) 4 分： $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3) = 3(x-1)(x-3)$  (2 分)； $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$  或  $x = 3$  (2 分)。

(b) 6 分： $f''(x) = 6x - 12$  (1 分)； $f''(1) = -6 < 0 \Rightarrow (1, 5)$  為極大點 (2 分)； $f''(3) = 6 > 0 \Rightarrow (3, 1)$  為極小點 (2 分)；坐標計算： $f(1) = 1 - 6 + 9 + 1 = 5$ 、 $f(3) = 27 - 54 + 27 + 1 = 1$  (1 分)。

(c) 4 分： $f''(x) = 0 \Rightarrow x = 2$  (2 分)； $f(2) = 8 - 24 + 18 + 1 = 3$ ，故拐點為  $(2, 3)$  (2 分)。

(d) 6 分： $x^3 - 6x^2 + 9x + 1 = 1 \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 6x + 9) = x(x-3)^2 = 0$  (3 分)  $\Rightarrow x = 0$  或  $x = 3$  (重根) (2 分)。圖像與  $y = 1$  有兩個相異交點： $(0, 1)$  及  $(3, 1)$  (1 分)。答案寫「三個交點」者視為概念錯誤。

7. (a) 5 分：餘弦定理： $BC^2 = 7^2 + 9^2 - 2(7)(9)\cos 60^\circ = 49 + 81 - 126(1/2) = 67$  (3 分)  $\Rightarrow BC = \sqrt{67} \text{ cm}$  (2 分)。

(b) 7 分：面積  $= \frac{1}{2}(7)(9)\sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 63 \times (\sqrt{3}/2) = (63\sqrt{3})/4 \text{ cm}^2$  (4 分)  $\approx 27.3 \text{ cm}^2$  (3 有效數字，3 分)。

(c) 8 分：正弦定理： $\sin C / 7 = \sin 60^\circ / \sqrt{67}$  (2 分)  $\Rightarrow \sin C = 7(\sqrt{3}/2)/\sqrt{67} \approx 0.7407$  (2 分)  $\Rightarrow \angle C \approx 47.8^\circ$  (2 分)； $\angle B = 180^\circ - 60^\circ - 47.8^\circ \approx 72.2^\circ$  (2 分)。用餘弦定理直接求  $\angle C$  亦接受  $((9^2 + 67 - 49)/(2 \times 9 \times \sqrt{67}))$ 。

## Paper 2 模擬試題 (須使用計算機，80 分)

Section A：简答题 (5 題，每題 8 分，共 40 分) —— 結果須以 3 位有效數字表示，並須寫出所用分配或函數。

1. 設  $X \sim N(52, 8^2)$ 。求：

(a)  $P(X > 60)$ ；(3 分)

(b)  $P(45 < X < 58)$ ；(3 分)

(c) 使  $P(X < a) = 0.9$  的  $a$  值。(2 分)

2. 某生產線有 12% 產品不合規格。隨機抽取 20 件。

(a) 求恰有 3 件不合規格的概率。(4 分)

(b) 求至少 1 件不合規格的概率。(4 分)

3. 某細菌群落數量  $N(t) = 500e^{0.35t}$  ( $t$  以小時計)。

(a) 求  $t = 6$  時的數量。(4 分)

(b) 求數量倍增所需時間。(4 分)

4. 設向量  $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$ 、 $\mathbf{b} = (1, 4, -2)$ 。

(a) 求  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  及兩向量之間的夾角。(5 分)

(b) 求  $\mathbf{a}$  在  $\mathbf{b}$  上的向量投影。(3 分)

5. 解方程  $3 \sin x = 2 \cos x$ ，其中  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，答案以弧度表示 (3 位有效數字)。(8 分)

**Section B：長答題 (2 題，每題 20 分，共 40 分)**

6. 一個無蓋長方體盒，底為邊長  $x$  cm 的正方形，容積為  $1000 \text{ cm}^3$ 。

(a) 以  $x$  表示盒高  $h$ 。(3 分)

(b) 證明表面積  $S = x^2 + 4000/x$ 。(5 分)

(c) 求使表面積最小的  $x$  值與  $h$  值 (3 位有效數字)。(8 分)

(d) 證明該值確為最小值，並求最小表面積。(4 分)

7. 一個球從 3 m 高處落下，每次反彈高度為前一次高度的 60%。

(a) 求第 3 次反彈後的高度。(4 分)

(b) 寫出第  $n$  次反彈後高度的表達式。(4 分)

(c) 求球靜止前所經過的總垂直距離 (準確值)。(12 分)

## Paper 2 答案與評分要點

- 1. (a) 3 分：** $z = (60 - 52)/8 = 1$  (1 分)； $P(X > 60) = 1 - \Phi(1) \approx \mathbf{0.159}$  (2 分)。
- (b) 3 分：** $z_1 = (45 - 52)/8 = -0.875$ 、 $z_2 = (58 - 52)/8 = 0.75$  (2 分)； $P = \Phi(0.75) - \Phi(-0.875) \approx \mathbf{0.583}$  (1 分)。
- (c) 2 分：** $z = 1.2816 \Rightarrow a = 52 + 1.2816(8) \approx \mathbf{62.3}$ 。
- 2. 4+4 分：**設  $Y \sim B(20, 0.12)$ 。
- (a)**  $P(Y = 3) = C(20, 3)(0.12)^3(0.88)^{17} \approx \mathbf{0.224}$ 。(列式 2 分；答案 2 分)
- (b)**  $P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - (0.88)^{20} \approx \mathbf{0.922}$ 。(方法 2 分；答案 2 分)
- 3. 4+4 分：**(a)  $N(6) = 500e^{2.1} \approx \mathbf{4083}$  (隻)。(代入 2 分；答案 2 分)
- (b)**  $2N(0) = 500e^{0.35t} \Rightarrow e^{0.35t} = 2 \Rightarrow t = \ln 2 / 0.35 \approx \mathbf{1.98}$  小時。(列式 3 分；答案 1 分)
- 4. (a) 5 分：** $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2(1) + (-1)(4) + 3(-2) = \mathbf{-8}$  (2 分)； $|\mathbf{a}| = \sqrt{14}$ 、 $|\mathbf{b}| = \sqrt{21}$  (1 分)； $\cos \theta = -8/\sqrt{294} \approx -0.4666 \Rightarrow \theta \approx \mathbf{117.8^\circ}$  (2 分)。
- (b) 3 分：** $\text{proj}_{\mathbf{b}} \mathbf{a} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} / |\mathbf{b}|^2) \mathbf{b} = (-8/21)(1, 4, -2) \approx \mathbf{(-0.381, -1.524, 0.762)}$ 。
- 5. 8 分：** $3 \sin x = 2 \cos x \Rightarrow \tan x = 2/3$  (3 分)； $x = \arctan(2/3) \approx \mathbf{0.588}$  (3 分)；第二解  $x = 0.588 + \pi \approx \mathbf{3.73}$  (2 分)。只寫一個解得 3 分以下。
- 6. (a) 3 分：** $x^2 h = 1000 \Rightarrow \mathbf{h = 1000/x^2}$ 。
- (b) 5 分：** $S = x^2 + 4xh = x^2 + 4x(1000/x^2) = \mathbf{x^2 + 4000/x}$ 。(列式 3 分；化簡 2 分)
- (c) 8 分：** $dS/dx = 2x - 4000/x^2$  (3 分)；設為 0： $2x^3 = 4000 \Rightarrow x^3 = 2000 \Rightarrow \mathbf{x \approx 12.6 \text{ cm}}$  (3 分)； $h = 1000/x^2 \approx \mathbf{6.30 \text{ cm}}$  (2 分)。
- (d) 4 分：** $S'' = 2 + 8000/x^3$  (2 分)；在  $x \approx 12.6$  時  $S'' = 6 > 0$ ，故為極小 (1 分)； $S \approx 476 \text{ cm}^2$  (1 分)。只寫「圖像開口向上」而無計算者不給第 1 分。
- 7. (a) 4 分：** $h_3 = 3(0.6)^3 = \mathbf{0.648 \text{ m}}$ 。(列式 2 分；答案 2 分)
- (b) 4 分：** $h_n = \mathbf{3(0.6)^n \text{ m}}$ 。
- (c) 12 分：**首次下落 3 m (2 分)；其後每次反彈與回落距離各為  $3(0.6)^n$ ，總計  $2 \times \sum_{n=1}^{\infty} 3(0.6)^n$  (4 分)；等比數列和  $= 3(0.6)/(1 - 0.6) = 1.8/0.4 = 4.5$  (3 分)；故總距離  $= 3 + 2(4.5) = \mathbf{12 \text{ m}}$  (3 分)。只答  $3 + 4.5 = 7.5 \text{ m}$  者，漏算回落段，只給 4 分。

## 校內評估 (IA) 20 分：數學探究怎麼做

| 準則                                    | 評核重點                                     |
|---------------------------------------|------------------------------------------|
| A : Presentation (表達)                 | 整體結構是否清晰連貫：題目、目標、數學過程與結論的組織，圖表與符號使用是否一致。 |
| B : Mathematical communication (數學傳意) | 是否準確使用數學語言與符號、定義變數、清楚交代推理步驟，讓讀者能跟隨你的思路。  |
| C : Personal engagement (個人投入)        | 題目是否來自你真正感興趣的問題；有沒有你自己的選擇、假設與反思。         |
| D : Reflection (反思)                   | 是否檢視結果的合理性、方法的限制、誤差的影響，並提出可改進之處。         |

| 準則                           | 評核重點                                            |
|------------------------------|-------------------------------------------------|
| E: Use of mathematics (數學運用) | 所用的數學是否切合探究目標、程度是否達到課綱要求、是否展現對數學概念的理解 (而非只套公式)。 |

**五個可行的探究題目示例：**① 用指數函數與對數分析某款手機電池的充放電曲線；② 以正態分布檢驗校內某一項數據 (如通勤時間) 是否近似常態；③ 用幾何與微積分尋找最省材料的包裝設計；④ 以等比數列與極限分析籃球運球反彈的高度衰減；⑤ 用統計回歸分析氣溫與用電量的關係。**重點是「有真實數據、有數學、有反思」，不是題目聽起來高深。**

**IA 三個致命錯誤：**① 把它寫成「資料報告」——大量背景與數據，卻沒有數學推導；② 題目太闊 (例如「數學與藝術」) 而無明確研究問題；③ 使用網上現成的探究 (抄襲會直接失去資格)。**時間線建議：**中五下學期定題並收集數據，暑假完成初稿，中六上學期依老師回饋修訂。

08

## AA SL 最常見的失分位

- **卷二忘記使用 GDC：**卷二本來就容許 (並預期) 使用圖形計算機處理正態分布、二項分布、回歸與方程數值解；手算既慢又易錯。
- **不看指令動詞：**「Show that」要展示推導過程、「Hence」必須用上一部分的結果、「Sketch」不要求精確標點但要有關鍵特徵。
- **有效數字與單位：**除非題目要求準確值，答案一般取 3 位有效數字；中間步驟過早四捨五入會失分。
- **只寫答案不寫步驟：**AA 卷設「方法分 (M marks)」，結論正確但無過程仍會扣分。
- **忽略定義域與真數條件：**對數方程、根式方程與函數定義域常設陷阱 (如本卷第 3 題須剔除  $x = -2$ )。
- **證明只靠圖像：**圖像可輔助，但「證明」須靠代數或微積分推導。

09

## 12 週備考時間表

| 週次    | 卷一 (不用計算機)            | 卷二 (用 GDC)           | IA              |
|-------|-----------------------|----------------------|-----------------|
| 1-3   | 代數與函數基本功：求根、指數對數、複數運算 | GDC 操作：求解、繪圖、分布計算    | 選題與資料來源確認       |
| 4-6   | 微積分：微分技巧、切線、極值、積分     | 微積分與圖像分析 (GDC 求導與積分) | 收集數據並完成初稿 50%   |
| 7-9   | 三角、向量、數列與二項式          | 概率與統計：正態／二項分布、回歸     | 完成全稿，交老師初評      |
| 10-11 | 限時操卷：卷一 90 分鐘完成 80 分  | 限時操卷：卷二 90 分鐘完成 80 分 | 按回饋修訂 (重點：反思部分) |
| 12    | 錯題重做 (只做錯過的題型)        | GDC 熟練度最後檢查          | 格式與引用最後檢查       |

10

# 常見問題 FAQ

## 問：AA SL 與 AI SL 該選哪一個？

想讀數理、工程、經濟、電腦等方向，通常選 AA；想讀商科、社會科學、設計或人文，AI 的統計與建模取向更合用。兩者 SL 都是 150 小時、評核結構相同（兩卷各 40%+IA 20%）。

## 問：卷二可以用哪一部計算機？

須使用 IB 認可的圖形顯示計算機（GDC），型號清單以 IB 官方公布為準；入場前應清空記憶或按規定處理。

## 問：IA 何時做最好？

中五下學期定題、暑假完成初稿、中六上學期修訂。IA 佔 20%，比任何一卷的一半還重，切勿留到最後一刻。

## 問：2027 / 2028 應考會改變嗎？

不會。新課程 2027 年 8 月才首次教授、2029 年 5 月首次評核；現行結構（卷一卷二各 80 分、IA 20 分）適用於 2027 及 2028 年應考的學生。

## 問：卷一完全不能用計算機，怎樣練？

平時練習卷一時把手機與計算機完全收起，只准用草稿紙；並熟記常用值（如  $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$ 、 $\log 2$ ）與心算技巧。

## 問：香港有 IB 數學補習嗎？

有。TutorZone 可配對熟悉 AA/AI 課程與 IA 指導的導師，亦可針對卷一「無計算機」技巧作專項訓練。

# 官方資源對照表

| 資源                                                                 | 用途                                                   |
|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| <a href="#">IB《Mathematics: analysis and approaches》科目簡介 (PDF)</a> | 核對 SL/HL 的評核比重、卷別時間與教學時數                             |
| <a href="#">IB 官方課程更新頁：Mathematics: analysis and approaches</a>    | 2027 年 8 月首次教授、2029 年首次評核的新課程改動（SL 卷減至 75 分、IA 準則改版） |
| <a href="#">IB DP 數學課程頁</a>                                        | AA 與 AI 的分別、選科建議與課程概覽                                |

延伸閱讀：[IB Mathematical Studies 課程指南](#)、[備考練習題總覽](#)。想安排 IB 數學或 IA 指導，可先看 [學科的解釋](#)，再配對合適導師。