

CIE A-Level 數學 9709 Paper 1 (純數 1) (第二套) – ANSWERS

75 分 · 1 小時 50 分 · 11 題全部必答 · 可用計算機 · 須列出步驟

答案與評分要點 (Answers and mark scheme)

Q1 (5 分)

[5]

二次函數與配方法

(i) $f(x) = 2(x^2 - 4x) + 3 = 2[(x - 2)^2 - 4] + 3 = 2(x - 2)^2 - 5$ (B1 抽 factor 2、M1 完成平方、A1 常數)。

(ii) 頂點 **(2, -5)**，最小值 **-5** (A1 頂點、A1 最小值)。驗算： $f(2) = 8 - 16 + 3 = -5$ 。

Q2 (5 分)

[5]

二項式定理

$(1 + 3x)^6 = 1 + 6(3x) + 15(3x)^2 + 20(3x)^3 + \dots = 1 + 18x + 135x^2 + 540x^3 + \dots$ (M1 用 ${}^6C_r$ 、A1 18x、A1 135x²、A1 540x³)。x² 的係數 = **135**。

Q3 (6 分)

[6]

坐標幾何

(i) $M = ((-1 + 5)/2, (4 + 2)/2) = \mathbf{(2, 3)}$ (M1 A1)； $AB = \sqrt{(6^2 + (-2)^2)} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ (M1 A1)。

(ii) 斜率 $m_{AB} = (2 - 4)/(5 - (-1)) = \mathbf{-1/3}$ ；垂直斜率 = **3**； $y - 2 = 3(x - 5) \rightarrow \mathbf{y = 3x - 13}$ (M1 A1)。

Q4 (7 分)

[7]

弧度法

(i) 弧長 = $r\theta = 6 \times 1.2 = \mathbf{7.2 \text{ cm}}$ ；周界 = $2(6) + 7.2 = \mathbf{19.2 \text{ cm}}$ ；面積 = $\frac{1}{2} r^2\theta = \frac{1}{2}(36)(1.2) = \mathbf{21.6 \text{ cm}^2}$ 。

(ii) 三角形面積 = $\frac{1}{2}(36) \sin 1.2 = 16.7767 \text{ cm}^2$ ；弓形面積 = $21.6 - 16.7767 = \mathbf{4.823 \text{ cm}^2}$ (M1 三角形、M1 相減、A1)。

Q5 (7 分)

[7]

三角方程

$\sin^2 x = 1/4 \rightarrow \sin x = \pm 1/2$ (M1)。 $\sin x = 1/2 : x = 30^\circ, 150^\circ$ ； $\sin x = -1/2 : x = 210^\circ, 330^\circ$ (A1 A1)。

答案： **$x = 30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$** (4 個解齊全才得最後 A1)。

Q6 (7 分)

[7]

微分

(i) $dy/dx = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x - 1)(x - 3)$ (M1 A1)；駐點 $x = 1, 3$ (A1)。

(ii) $d^2y/dx^2 = 6x - 12 : x = 1$ 時 = $-6 < 0 \rightarrow$ **極大點 (1, 4)**； $x = 3$ 時 = $6 > 0 \rightarrow$ **極小點 (3, 0)** (A1 A1 A1)。

Q7 (8 分)

[8]

定積分

$\int (3x^2 - 4x + 1) dx = x^3 - 2x^2 + x$ (M1 A1 A1)。代入上限 4： $64 - 32 + 4 = 36$ ；下限 1： $1 - 2 + 1 = 0$ (M1)。積分 = $36 - 0 = \mathbf{36}$ (A1)。幾何意義：曲線 $y = 3x^2 - 4x + 1$ 、x 軸與 $x = 1$ 、 $x =$

4 所圍的區域面積 (A1, 因該區間函數為正)。

Q8 (8 分)

[8]

數列

(i) $u_{20} = 7 + 19(3) = \mathbf{64}$ (M1 A1) ; $S_{20} = 20/2 \times (7 + 64) = 10 \times 71 = \mathbf{710}$ (M1 A1) 。

(ii) $r = 8/12 = \mathbf{2/3}$ (A1) ; $S_{\infty} = 12 \div (1 - 2/3) = 12 \div 1/3 = \mathbf{36}$ (M1 A1) 。

Q9 (8 分)

[8]

函數

(i) $gf(x) = (2x + 3)^2 - 1 = 4x^2 + 12x + 9 - 1 = \mathbf{4x^2 + 12x + 8}$ (M1 A1 A1) 。

(ii) 令 $y = 2x + 3 \rightarrow x = (y - 3)/2$, 故 $f^{-1}(x) = \mathbf{(x - 3)/2}$ (M1 A1) 。

(iii) $4x^2 + 12x + 8 = 0 \rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow (x + 1)(x + 2) = 0 \rightarrow \mathbf{x = -1}$ 或 $\mathbf{x = -2}$ (M1 A1) 。

Q10 (9 分)

[9]

向量

(i) $AB = OB - OA = (6 - 2)i + (-5 - 1)j = \mathbf{4i - 6j}$ (M1 A1) 。

(ii) $|AB| = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = \sqrt{52} = \mathbf{2\sqrt{13}}$ (≈ 7.211) (M1 A1) 。

(iii) 單位向量 $= (4i - 6j)/2\sqrt{13} = \mathbf{(2i - 3j)/\sqrt{13}}$ (M1 A1) 。

(iv) $OM = (OA + OB)/2 = \mathbf{4i - 2j}$ (M1 A1) 。

Q11 (5 分)

[5]

多項式與因式定理

(i) $f(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + (-1) + 6 = -1 - 4 - 1 + 6 = \mathbf{0}$, 故 $(x + 1)$ 為因式 (M1 A1) 。

(ii) 長除或比較係數: $f(x) = (x + 1)(x^2 - 5x + 6) = \mathbf{(x + 1)(x - 2)(x - 3)}$ (M1 A1) ; 根為 $\mathbf{x = -1, 2, 3}$ (A1) 。