CIE A-Level 數學 9709 Paper 1（純數 1）

75 分 · 1 小時 50 分 · 11 題全部必答 · 可用計算機 · 須列出步驟

資料與常用公式

公式	Formula
二次公式	$x = (-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}) / 2a$
弧長與扇形面積	$s = r\theta$, $A = \tfrac{1}{2}r^2\theta$ (θ in radians)
二項式定理	$(a + b)^n = \Sigma\ {}^nC_r\ a^{n-r}\ b^r$
等差數列	$u_n = a + (n - 1)d$, $S_n = n/2\ (2a + (n - 1)d)$
等比數列	$u_n = ar^{n-1}$, $S_n = a(1 - r^n)/(1 - r)$, $S_\infty = a/(1 - r)$, $\lvert r\rvert < 1$
三角恆等式	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $\tan\theta = \sin\theta / \cos\theta$
微分法則	$d/dx\ (x^n) = nx^{n-1}$, $d/dx\ (\sin x) = \cos x$
積分法則	$\int x^n\,dx = x^{n+1}/(n + 1) + c$, $n \neq -1$

試題

1. 已知 $f(x) = 2x^2 - 8x + 3$。
(i) 將 $f(x)$ 寫成 $a(x + b)^2 + c$ 的形式。
(ii) 由此寫出曲線 $y = f(x)$ 的頂點坐標及 $f(x)$ 的最小值。 **[5]**

2. 在 $(1 + 3x)^6$ 的展開式中，按 x 的升冪寫出首四項，並寫出 x^2 項的係數。 **[5]**

3. 已知 $A(-1, 4)$ 及 $B(5, 2)$。
(i) 求 AB 的中點 M 及 AB 的長度（以根式表示）。
(ii) 求 AB 的斜率，並由此求通過 B 且垂直於 AB 的直線方程（以 $y = mx + k$ 表示）。 **[6]**

4. 一扇形的半徑為 6 cm，圓心角為 1.2 rad。
(i) 求弧長、周界及扇形面積（面積以 cm² 表示，準至 3 位小數）。
(ii) 求由該扇形與其弦所圍成的弓形面積。 **[7]**

5. 解方程 $4\sin^2 x = 1$，其中 $0° \le x \le 360°$，答案須準確至度。 **[7]**

6. 曲線 $y = x^3 - 6x^2 + 9x$。
(i) 求 dy/dx，並求曲線的駐點。
(ii) 用二階導數判定各駐點的性質，並寫出對應的 y 值。 **[7]**

7. 計算 $\int_1^4 (3x^2 - 4x + 1)\,dx$，並說明結果的幾何意義。 **[8]**

8. (i) 一等差數列首項為 7，公差為 3，求第 20 項及首 20 項之和。
(ii) 一等比數列為 12, 8, 16/3, …，求公比及無窮項之和。 **[8]**

9. 已知 $f(x) = 2x + 3$ 及 $g(x) = x^2 - 1$。
(i) 求 $gf(x)$ 的展開式。
(ii) 求 $f^{-1}(x)$。
(iii) 解方程 $gf(x) = 0$。 **[8]**

10. 相對於原點 O，位置向量 $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$，$\overrightarrow{OB} = 6\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$。

(i) 求向量 $\overrightarrow{AB}$。

(ii) 求 $|\overrightarrow{AB}|$（以根式表示）。

(iii) 求與 $\overrightarrow{AB}$ 同方向的單位向量。

(iv) M 為 AB 的中點，求位置向量 $\overrightarrow{OM}$。 **[9]**

11. 已知 $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$。

(i) 證明 $(x + 1)$ 是 $f(x)$ 的因式。

(ii) 將 $f(x)$ 完全因式分解，並寫出方程 $f(x) = 0$ 的所有根。 **[5]**