HKDSE 數學

中六（HKDSE）　數學　｜　時限：135 分鐘　｜　總分：105 分　｜　共 15 題

甲部（一）　(35 分)

全部題目均須作答，須列出計算步驟。

1. 1. (4 分) 一件外套的成本是 $480，標價比成本高 25%，其後以標價的八五折售出。 (a) 求標價。 (b) 求售價。 (c) 求盈利百分率。

答案：(a) 標價 = 480 × 1.25 = $600（1 分） (b) 售價 = 600 × 0.85 = $510（1 分） (c) 盈利 = 510 − 480 = $30（1 分）；盈利百分率 = 30 ÷ 480 × 100% = 6.25%（1 分）

2. 2. (4 分) 化簡 4^(2n+1) ÷ 8^(n−1)，並求 n = 3 時的值。

答案：4^(2n+1) = 2^(4n+2)（1 分）；8^(n−1) = 2^(3n−3)（1 分）；商 = 2^(4n+2−3n+3) = 2^(n+5)（1 分）；n = 3 時，值 = 2^8 = 256（1 分）

3. 3. (4 分) 已知 $x + 1/x = 5$ 及 $x \neq 0$。 (a) 求 $x^2 + 1/x^2$。 (b) 由此求 $x^4 + 1/x^4$。

答案：(a) $(x + 1/x)^2 = x^2 + 2 + 1/x^2 = 25$（1 分），故 $x^2 + 1/x^2 = 23$（1 分） (b) $(x^2 + 1/x^2)^2 = x^4 + 2 + 1/x^4 = 529$（1 分），故 $x^4 + 1/x^4 = 527$（1 分）

4. 4. (5 分) 一個長方形的周界是 34 cm，面積是 60 cm²。 (a) 設闊為 w cm，以 w 建立一個二次方程。 (2 分) (b) 解該方程，並求長方形的長和闊。 (3 分)

答案：(a) 長 = (34 − 2w)/2 = 17 − w；$w(17 - w) = 60$，即 $w^2 - 17w + 60 = 0$（2 分） (b) 判別式 = $17^2 - 4 \times 60 = 289 - 240 = 49 = 7^2$（1 分）；$w = (17 \pm 7)/2 = 5$ 或 12（1 分）；故長 12 cm、闊 5 cm（1 分）

5. 5. (4 分) 解聯立方程 $2x + 3y = 18$ $5x - 2y = 7$

答案：(1)×2：(2) $4x + 6y = 36$（1 分）；(2)×3：$15x - 6y = 21$（1 分）；兩式相加：$19x = 57$，$x = 3$（1 分）；代回：$2(3) + 3y = 18$，$y = 4$（1 分） 答：$x = 3$，$y = 4$

6. 6. (5 分) 某組數據為 4, 7, 7, 9, 13。求 (a) 平均數；(b) 中位數；(c) 全距；(d) 標準差（準確至 3 位有效數字）。

答案：(a) 平均數 = (4+7+7+9+13)/5 = 40/5 = 8（1 分） (b) 中位數 = 7（1 分） (c) 全距 = 13 − 4 = 9（1 分） (d) 偏差平方和 = 16+1+1+1+25 = 44（1 分）；方差 = 44/5 = 8.8，標準差 = $\sqrt{8.8} \approx 2.97$（1 分）

7. 7. (4 分) 一把長 6.5 m 的梯子斜靠在一道垂直的牆上，梯腳與牆腳相距 2.5 m。 (a) 求梯頂離地的高度。 (b) 求梯子與地面所成的角（準確至 0.1°）。

答案：(a) 由畢氏定理：$h^2 = 6.5^2 - 2.5^2 = 42.25 - 6.25 = 36$（1 分），h = 6 m（1 分） (b) $\tan\theta = 6/2.5 = 2.4$（1 分），$\theta \approx 67.4°$（1 分）

8. 8. (5 分) 一個袋中有 5 個紅球、3 個藍球和 2 個綠球。從袋中隨機抽出兩個球，不放回。 (a) 求抽到兩個紅球的概率。 (b) 求至少抽到一個紅球的概率。

答案：(a) P(兩個紅球) = (5/10) × (4/9) = 20/90 = 2/9（3 分） (b) P(至少一個紅球) = 1 − P(兩個都不是紅球) = 1 − (5/10 × 4/9) = 1 − 10/45 = 7/9（2 分）

甲部（二）（35 分）

全部題目均須作答，須列出計算步驟。

9. 9. (8 分) 一個實心複合立體由一個圓柱和一個同底圓錐組成。圓柱的半徑是 6 cm、高 10 cm；圓錐的高是 8 cm。 (a) 求該立體的體積，以 π 表示。（3 分） (b) 求該立體的總表面積（包括底面），以 π 表示。（3 分） (c) 若油漆每平方厘米成本 $0.05，求油漆整個表面的費用（準確至最接近的 $0.1）。（2 分）

答案：(a) $V = \pi(6^2)(10) + (1/3)\pi(6^2)(8) = 360\pi + 96\pi = 456\pi$ cm³ ≈ 1432.6 cm³（3 分） (b) 斜高 $= \sqrt{(6^2 + 8^2)} = 10$ cm；$S = 2\pi(6)(10) + \pi(6^2) + \pi(6)(10) = 120\pi + 36\pi + 60\pi = 216\pi$ cm² ≈ 678.6 cm²（3 分） (c) 費用 $= 216\pi \times 0.05 = 10.8\pi \approx$ $33.9（2 分）

10. 10. (9 分) 已知 y 部分隨 x 而變，部分隨 x^2 而變。當 $x = 2$ 時，$y = 10$；當 $x = 3$ 時，$y = 24$。 (a) 以 x 表示 y。（5 分） (b) 求 $x = 5$ 時 y 的值。（2 分） (c) 若 $y = 44$ 且 $x > 0$，求 x。（2 分）

答案：(a) 設 $y = ax + bx^2$。$2a + 4b = 10$ 及 $3a + 9b = 24$（2 分）；化簡得 $a + 2b = 5$、$a + 3b = 8$，故 $b = 3$、$a = -1$（2 分）；答：$y = 3x^2 - x$（1 分） (b) $x = 5$：$y = 75 - 5 = 70$（2 分） (c) $3x^2 - x - 44 = 0$，判別式 $= 1 + 528 = 529 = 23^2$（1 分）；$x = (1 + 23)/6 = 4$（1 分）

11. 11. (9 分) 已知 A(1, 2) 及 B(7, 10)。 (a) 求 AB 的長度。（3 分） (b) 求 AB 的垂直平分線的方程。（3 分） (c) 求以 AB 為直徑的圓的方程。（3 分）

答案：(a) $AB = \sqrt{((7-1)^2 + (10-2)^2)} = \sqrt{(36 + 64)} = 10$（3 分） (b) 中點 = (4, 6)；AB 的斜率 $= 8/6 = 4/3$（1 分），故垂直平分線斜率 $= -3/4$（1 分）；$y - 6 = -3/4\,(x - 4)$，即 $3x + 4y = 36$（1 分） (c) 圓心 (4, 6)、半徑 5（1 分）；方程 $(x - 4)^2 + (y - 6)^2 = 25$（2 分）

12. 12. (9 分) $50,000 存入銀行，年利率 4%，每年複利一次，為期 3 年。 (a) 求 3 年後的本利和及利息（準確至 2 位小數）。（4 分） (b) 若按單利計算，利息會少收多少？（2 分） (c) 若改為每半年複利一次，3 年後的本利和是多少？（3 分）

答案：(a) 本利和 $= 50\,000 \times 1.04^3 =$ $56 243.20（3 分）；利息 = $6 243.20（1 分） (b) 單利 $= 50\,000 \times 4\% \times 3 =$ $6 000；少收 $= 6\,243.20 - 6\,000 =$ $243.20（2 分） (c) $50\,000 \times (1.02)^6$ = $56 308.12（3 分）

乙部（35 分）

全部題目均須作答，須列出計算步驟。

13. 13. (11 分) 設 $f(x) = x^2 - 6x + 5$。 (a) 以配方法把 f(x) 寫成 $(x - h)^2 + k$ 的形式。（3 分） (b) 寫出頂點及對稱軸。（2 分） (c) 解 $f(x) = 0$。（2 分） (d) 求使 f(x) 為負數的 x 範圍。（2 分） (e) 若 $g(x) = f(x) - 5$，求 $g(x) = 0$ 的根。（2 分）

答案：(a) $f(x) = (x^2 - 6x + 9) - 9 + 5 = (x - 3)^2 - 4$（3 分） (b) 頂點 (3, −4)（1 分）；對稱軸 $x = 3$（1 分） (c) $(x - 1)(x - 5) = 0$，$x = 1$ 或 5（2 分） (d) 圖象開口向上，故 x 在 1 與 5 之間（2 分） (e) $g(x) = x^2 - 6x = x(x - 6)$，根為 $x = 0$ 或 6（2 分）

14. 14. (12 分) 在長方體 ABCDEFGH 中，ABCD 是底面，AB = 8 cm、BC = 6 cm，高 AE = 5 cm。(a) 求對角線 AC 的長度。（3 分） (b) 求空間對角線 AG 的長度（以根式表示，並取近似值至 2 位小數）。（4 分） (c) 求 AG 與底面 ABCD 所成的角（準確至 0.1°）。（3 分） (d) 求 AG 與棱 AE 所成的角（準確至 0.1°）。（2 分）

答案：(a) $AC = \sqrt{(8^2 + 6^2)} = \sqrt{100} = 10$ cm（3 分） (b) $AG = \sqrt{(8^2 + 6^2 + 5^2)} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \approx 11.18$ cm（4 分） (c) 設 θ 為 AG 與底面的角，$\tan\theta = 5/10 = 0.5$（2 分），$\theta \approx 26.6^\circ$（1 分） (d) $\cos\varphi = 5/(5\sqrt{5})$（1 分），$\varphi \approx 63.4^\circ$（1 分）

15. 15. (12 分) 下表顯示 30 名學生每月閱讀時數（小時）的分布：0 – 10：4 人；10 – 20：8 人；20 – 30：10 人；30 – 40：6 人；40 – 50：2 人。(a) 求平均數。（4 分） (b) 求中位數所在組及中位數。（4 分） (c) 求閱讀時數少於 20 小時的學生所佔百分率。（2 分） (d) 隨機選出一名學生，求其時數不少於 30 小時的概率。（2 分）

答案：(a) 總時數 $= 5\times4 + 15\times8 + 25\times10 + 35\times6 + 45\times2 = 20 + 120 + 250 + 210 + 90 = 690$（3 分）；平均數 $= 690/30 = 23$ 小時（1 分） (b) 中位數是第 15 及第 16 個數據的平均；累積頻數 4、12，故中位數組為 20 – 30（2 分）；中位數 $= 20 + (15 - 12)/10 \times 10 = 23$ 小時（2 分） (c) $(4 + 8)/30 \times 100\% = 40\%$（2 分） (d) $(6 + 2)/30 = 4/15 \approx 0.267$（2 分）

TutorZone 中六（HKDSE）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。