

IGCSE 數學 0580 Paper 2 練習卷 (Extended • 不準用計算機) | 19 題 100 分

附答案詳解

年級：中四至中五 (IGCSE Extended) | 科目：數學 (0580 Paper 2) | 時限：120 分鐘 | 總分：100 分 | 不準使用計算機

Section A — 短題目 (第 1 – 10 題)

Section A 是短題目，考核基本運算與公式運用，每題 4 – 5 分，目標是在 50 分鐘內完成並保持準確。

1. Answer all three parts without a calculator.

- (a) Write 0.000 046 in standard form. (1 分)
- (b) Work out $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$, giving your answer as a fraction in its simplest form. (2 分)
- (c) Work out $(2.4 \times 10^6) \times (5 \times 10^{-3})$, giving your answer in standard form. (1 分)

2. A laptop has a normal price of \$640. In a sale the price is reduced by 15%.

- (a) Work out the reduction, in dollars. (1 分)
- (b) Work out the sale price of the laptop. (1 分)
- (c) After the sale the shop raises the sale price by 10%. Work out the new price and the percentage change from the normal price. (2 分)

3. A map is drawn to a scale of 1 : 25 000.

- (a) On the map a road is 6.4 cm long. Work out the real length, in km. (2 分)
- (b) A field is 1.8 km long. Work out its length on the map, in cm. (2 分)
- (c) Work out the real area, in m^2 , represented by 1 cm^2 on the map. (1 分)

4. Do not use a calculator.

- (a) Work out $27^{(2/3)}$. (2 分)
- (b) Simplify $\sqrt{50} + \sqrt{18}$, giving your answer in the form $k\sqrt{2}$. (2 分)

5. The first four terms of a sequence are 5, 11, 17, 23, ...

- (a) Find the n th term of the sequence. (2 分)
- (b) Find the 40th term. (1 分)
- (c) Explain whether 200 is a term of this sequence. (1 分)

6. Show your working for each part.

- (a) Expand and simplify $(2x - 3)(x + 5)$. (2 分)
- (b) Factorise completely $6x^2 - 15x$. (1 分)
- (c) Factorise $x^2 - 9$. (1 分)

7. Show all your working.

- (a) Solve the simultaneous equations $3x + 2y = 16$ and $x - y = 2$. (3 分)
- (b) Make x the subject of $5y - 3x = 10$. (2 分)

8.

- (a) Work out the interior angle of a regular pentagon. (2 分)
- (b) Write down the exterior angle of a regular pentagon. (1 分)
- (c) The interior angle of a regular polygon is 156° . Work out the number of sides. (2 分)

9. All lengths are in cm. Give exact answers where possible.

- (a) A right-angled triangle has hypotenuse 13 cm and one side 5 cm. Work out the third side. (2 分)
- (b) In a right-angled triangle the hypotenuse is 14 cm and one angle is 30° . Work out the side opposite the 30° angle. (1 分)
- (c) Work out the side adjacent to the 30° angle in part (b), in the form $k\sqrt{3}$. (2 分)

10. A bag contains 5 red, 3 blue and 2 green counters. All the counters are different. Two counters are taken at random without replacement.

- (a) Write down the probability that the first counter is red. (1 分)
- (b) Work out the probability that both counters are red. (2 分)
- (c) Work out the probability that at least one counter is green. (2 分)

Section B — 長題目 (第 11 – 19 題)

Section B 是長題目，需要寫出完整方法，包括二次方程、立體圖形、統計表、三角面積、函數、向量與證明。

11. Show your method for both parts.

- (a) Solve $2x^2 - 7x + 3 = 0$, showing your factorisation. (3 分)
- (b) Write $x^2 - 6x + 5$ in the form $(x - a)^2 + b$, and state the coordinates of the minimum point of $y = x^2 - 6x + 5$. (3 分)

12. The line L passes through $A(2, 5)$ and $B(6, 13)$.

- (a) Work out the gradient of L . (2 分)
- (b) Find the equation of L in the form $y = mx + c$. (2 分)
- (c) Find the x -intercept of L . (1 分)
- (d) Explain whether the point $(10, 21)$ lies on L . (1 分)

13. A closed cylinder has radius 7 cm and height 10 cm. Use $\pi = 22/7$.

- (a) Work out the volume of the cylinder, in cm^3 . (3 分)
- (b) Work out the curved surface area, in cm^2 . (2 分)
- (c) Work out the total surface area of the closed cylinder, in cm^2 . (2 分)

14. In a sale a bicycle is sold for \$272 after a 20% discount.

- (a) Work out the normal price of the bicycle. (3 分)
- (b) A shop assistant adds 20% to \$272 and says this is the normal price. Explain, with figures, why this is wrong. (3 分)

15. The table shows the number of goals scored by a football team in each of its matches this season.

- (a) Work out the mean number of goals per match. (3 分)
- (b) Work out the median number of goals. (2 分)
- (c) Write down the mode. (1 分)
- (d) How many matches had 3 or more goals? (1 分)

Goals per match (x)	0	1	2	3	4
Number of matches (f)	4	9	12	3	2

Goals per match (x) and number of matches (f)

16. Triangle ABC has $AB = AC = 8$ cm and angle $BAC = 60^\circ$.

- (a) Show that $BC = 8$ cm. (2 分)
- (b) Work out the area of triangle ABC, in the form $k\sqrt{3}$ cm². (2 分)
- (c) The triangle is the cross-section of a prism of length 12 cm. Work out the volume of the prism, correct to 3 significant figures. (3 分)

17. $f(x) = 3x - 2$ and $g(x) = x^2 + 1$.

- (a) Find $f^{-1}(x)$. (2 分)
- (b) Work out $gf(2)$. (2 分)
- (c) Explain whether $f(x) = g(x)$ has any real solutions. (2 分)

18. In triangle OAB, $OA = a$ and $OB = b$. P is the midpoint of OA. Q lies on AB with $AQ : QB = 1 : 3$.

- (a) Find PQ in terms of a and b, in its simplest form. (3 分)
- (b) M is the midpoint of AB. Show that PQ is parallel to OM and state the ratio PQ : OM. (3 分)

19. Answer both parts.

- (a) Solve the inequality $4 - 3x < 13$. (2 分)
- (b) n is an integer. Prove that $n^2 + n$ is always an even number. (2 分)

答案、解題步驟與評分要點

1. 答案

(a) 4.6×10^{-5} (b) $19/12 (= 1\frac{7}{12})$ (c) 1.2×10^4

- (a) 小數點右移五位： $0.000\ 046 = 4.6 \times 10^{-5}$ 。
- (b) 通分母 12： $9/12 + 10/12 = 19/12 = 1\frac{7}{12}$ 。
- (c) $2.4 \times 5 = 12$ ， $10^6 \times 10^{-3} = 10^3$ ，所以 $12 \times 10^3 = 1.2 \times 10^4$ 。

評分要點：(b) 2 分：通分母 12 得 1 分， $19/12$ 得 1 分；答 $1.58\cdots$ 不給分。

2. 答案

(a) \$96 (b) \$544 (c) \$598.40 ; 較原價低 6.5% (-6.5%)

- (a) 640 的 $10\% = 64$, $5\% = 32$, 所以 $15\% = 96$ 。
- (b) $640 - 96 = 544$ 。
- (c) 544 的 $10\% = 54.4$, 新價 598.40。
- 差額 $= 598.40 - 640 = -41.60$; $-41.60 \div 640 \times 100\% = -6.5\%$ 。

評分要點: (c) \$598.40 得 1 分, -6.5% 得 1 分 (寫「減少 6.5%」接受); 答 -10% 或 -15% 不給分。

3. 答案

(a) 1.6 km (b) 7.2 cm (c) 62 500 m² (6.25 公頃)

- (a) $6.4 \times 25\,000 = 160\,000\text{ cm} = 1\,600\text{ m} = 1.6\text{ km}$ 。
- (b) $1.8\text{ km} = 180\,000\text{ cm}$; $180\,000 \div 25\,000 = 7.2\text{ cm}$ 。
- (c) 面積比例 $= 25\,000^2 = 625\,000\,000$, 所以 1 cm^2 代表 $625\,000\,000\text{ cm}^2 = 62\,500\text{ m}^2 = 6.25$ 公頃。

評分要點: (c) 最常見錯誤是用 25 000 而非 $25\,000^2$; 答案單位必須是 m²。

4. 答案

(a) 9 (b) $8\sqrt{2}$

- (a) $27^{(1/3)} = 3$, 再平方得 9。
- (b) $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$, $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, 相加得 $8\sqrt{2}$ 。

評分要點: (a) $27^{(1/3)} = 3$ 得 1 分, 9 得 1 分; (b) 化簡其中一個根式得 1 分, $8\sqrt{2}$ 得 1 分。

5. 答案

(a) $6n - 1$ (b) 239 (c) 不是; $6n - 1 = 200$ 得 $n = 33.5$, 不是整數

- (a) 公差 6, 設 n th term $= 6n + c$, 代入 $n = 1$ 得 $c = -1$, 即 $6n - 1$ 。
- (b) $6(40) - 1 = 239$ 。
- (c) $6n - 1 = 200$ 得 $n = 33.5$, 不是整數, 所以 200 不在數列中。

評分要點: (c) 理由要指出 n 不是整數; 只寫「不是」不給分。

6. 答案

(a) $2x^2 + 7x - 15$ (b) $3x(2x - 5)$ (c) $(x - 3)(x + 3)$

- (a) $2x(x + 5) - 3(x + 5) = 2x^2 + 10x - 3x - 15 = 2x^2 + 7x - 15$ 。
- (b) 公因式 $3x$: $3x(2x - 5)$ 。
- (c) 平方差: $(x - 3)(x + 3)$ 。

評分要點: (a) 未化簡前四項正確得 1 分, $2x^2 + 7x - 15$ 得 1 分; (b) 必須抽 $3x$, 只抽 x 不給分。

7. 答案

(a) $x = 4, y = 2$ (b) $x = (5y - 10)/3$

- (a) 由 $x - y = 2$ 得 $x = y + 2$, 代入: $3(y + 2) + 2y = 16$, $5y = 10$, $y = 2$, $x = 4$ 。驗算: $3(4) + 2(2) = 16$ ✓。
- (b) $5y - 10 = 3x$, 所以 $x = (5y - 10)/3$ (或 $5y/3 - 10/3$)。

評分要點: (a) 代入或消元正確得 1 分, $y = 2$ 得 1 分, $x = 4$ 得 1 分; (b) 整理出 $3x$ 得 1 分, 整式除 3 得 1 分。

8. 答案

(a) 108° (b) 72° (c) 15 邊

- (a) 內角和 $= (5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，每個內角 $= 540^\circ \div 5 = 108^\circ$ 。
- (b) $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ (或 $360^\circ \div 5$)。
- (c) 外角 $= 180^\circ - 156^\circ = 24^\circ$ ， $360^\circ \div 24^\circ = 15$ 邊。

評分要點：(c) 用外角最穩；直接用 156° 去除 360° 不給分。

9. 答案

(a) 12 cm (b) 7 cm (c) $7\sqrt{3}$ cm (≈ 12.1 cm)

- (a) $\sqrt{(13^2 - 5^2)} = \sqrt{(169 - 25)} = \sqrt{144} = 12$ 。
- (b) $\sin 30^\circ = 1/2$ ，對邊 $= 14 \times 1/2 = 7$ 。
- (c) $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ ，鄰邊 $= 14 \times \sqrt{3}/2 = 7\sqrt{3} \approx 12.1$ 。

評分要點：(c) 本卷不准用計算機，必須寫根式；若同時寫出根式，可接受 12.1。

10. 答案

(a) $1/2$ (b) $2/9$ (c) $17/45$ (≈ 0.378)

- (a) 10 個之中有 5 個紅，即 $1/2$ 。
- (b) $5/10 \times 4/9 = 20/90 = 2/9$ 。
- (c) $P(\text{無綠}) = 8/10 \times 7/9 = 56/90 = 28/45$ ，所以 $P(\text{至少一個綠}) = 1 - 28/45 = 17/45 \approx 0.378$ 。

評分要點：(b) 第二次要抽 $4/9$ ；兩次都用 $5/10$ 只給 1 分。

11. 答案

(a) $x = 3$ 或 $x = 1/2$ (b) $(x - 3)^2 - 4$ ；最低點 $(3, -4)$

- (a) $2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3) = 0$ ，所以 $x = 1/2$ 或 $x = 3$ 。
- (b) $x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 9 + 5 = (x - 3)^2 - 4$ ，即 $a = 3$ 、 $b = -4$ 。
- 平方項不小於 0，所以 $x = 3$ 時取最小值 -4 ，最低點 $(3, -4)$ 。

評分要點：(a) 正確因式得 1 分，每個根各 1 分；(b) $(x - 3)^2 - 4$ 得 2 分，座標得 1 分。

12. 答案

(a) 2 (b) $y = 2x + 1$ (c) $x = -1/2$ (d) 在線上是 ($21 = 2 \times 10 + 1$)

- (a) $(13 - 5) \div (6 - 2) = 8 \div 4 = 2$ 。
- (b) $5 = 2(2) + c$ 得 $c = 1$ ，即 $y = 2x + 1$ 。
- (c) $0 = 2x + 1$ 得 $x = -1/2$ 。
- (d) $2(10) + 1 = 21$ ，所以 $(10, 21)$ 在 L 上。

評分要點：(d) 要寫出代入過程；只寫「是」不給分。

13. 答案

(a) $1\,540\text{ cm}^3$ (b) 440 cm^2 (c) 748 cm^2

- (a) $\pi r^2 h = 22/7 \times 49 \times 10 = 22 \times 7 \times 10 = 1\,540\text{ cm}^3$ 。
- (b) $2\pi rh = 2 \times 22/7 \times 7 \times 10 = 440\text{ cm}^2$ 。
- (c) 兩個圓面： $2 \times 154 = 308$ ，總表面積 $= 440 + 308 = 748\text{ cm}^2$ 。

評分要點：(a) 代入 $\pi r^2 h$ 得 1 分， $22/7 \times 49 = 154$ 得 1 分， $1\,540$ 得 1 分；(c) 兩個圓底要計兩次。

14. 答案

(a) \$340 (b) $272 \times 1.2 = \$326.40 \neq \$340$; 因 20% 的基數不同 (\$68 對 \$54.40)

- (a) 272 是原價的 80% , $1\% = 3.40$, $100\% = \$340$ 。驗算 : $340 \times 0.8 = 272$ ✓ 。
- (b) 272 的 20% 是 54.40 , 加得 326.40 ; 但 340 的 20% 是 68 。兩者的百分數基數不同 , 所以加 20% 不能抵銷減 20% 。

評分要點 : (a) 應除以 0.8 (或先除 80 再乘 100) ; 272×1.2 不給分。(b) 兩個數字都對得 2 分 , 指出「基數不同」得 1 分。

15. 答案

(a) $5/3 \approx 1.67$ (b) 2 (c) 2 (d) 5 場

- (a) $\Sigma f = 30$, $\Sigma fx = 0 + 9 + 24 + 9 + 8 = 50$, 平均 = $50 \div 30 = 5/3 \approx 1.67$ 。
- (b) 第 15、16 個值都落在「2 球」一行 (累積 4、13、25、28、30) , 中位數 = 2 。
- (c) 最高頻數 12 對應 2 球 , 眾數 = 2 。
- (d) $3 + 2 = 5$ 場 。

評分要點 : (a) $\Sigma fx = 50$ 與 $\Sigma f = 30$ 得 2 分 , $5/3$ (接受 1.67) 得 1 分 ; 誤除以 5 (行數) 不給分。

16. 答案

(a) $BC^2 = 64$, $BC = 8$ cm (b) $16\sqrt{3}$ cm² (≈ 27.7) (c) $192\sqrt{3} \approx 333$ cm³

- (a) $BC^2 = 8^2 + 8^2 - 2(8)(8)\cos 60^\circ = 64 + 64 - 64 = 64$, 所以 $BC = 8$ cm (三角形是等邊三角形) 。
- (b) 面積 = $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ = 32 \times \sqrt{3}/2 = 16\sqrt{3} \approx 27.7$ cm² 。
- (c) 體積 = $16\sqrt{3} \times 12 = 192\sqrt{3} \approx 332.55 \approx 333$ cm³ 。

評分要點 : (a) 應用餘弦定理並代入 $\cos 60^\circ = 1/2$; "show that" 題必須寫過程。(c) $192\sqrt{3}$ 得 2 分 , 取 3 位有效數字得 1 分。

17. 答案

(a) $f^{-1}(x) = (x + 2)/3$ (b) 17 (c) 無實數解 (判別式 $-3 < 0$)

- (a) $y = 3x - 2$, $x = (y + 2)/3$, 所以 $f^{-1}(x) = (x + 2)/3$ 。
- (b) $f(2) = 4$, $g(4) = 17$ 。
- (c) $3x - 2 = x^2 + 1$ 得 $x^2 - 3x + 3 = 0$ 。判別式 $9 - 12 = -3 < 0$, 所以無實數解。

評分要點 : (b) gf 即 $g(f(x))$, 先做 f ; 答 37 不給分。(c) 要算出判別式並解釋。

18. 答案

(a) $PQ = \frac{1}{4}a + \frac{1}{4}b$ (b) $OM = \frac{1}{2}(a + b)$, $PQ = \frac{1}{2}OM$, 故平行 ; $PQ : OM = 1 : 2$

- (a) $OP = \frac{1}{2}a$, $OQ = a + \frac{1}{4}(b - a) = \frac{3}{4}a + \frac{1}{4}b$, 所以 $PQ = OQ - OP = \frac{1}{4}a + \frac{1}{4}b$ 。
- (b) $OM = \frac{1}{2}(a + b) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ 。因 $PQ = \frac{1}{2}OM$, 兩向量平行 , 且 $PQ : OM = 1 : 2$ 。

評分要點 : (a) OQ 得 1 分 , 相減得 1 分 , $\frac{1}{4}a + \frac{1}{4}b$ 得 1 分 ; (b) 證明平行要指出純量倍數 $\frac{1}{2}$ 。

19. 答案

(a) $x > -3$ (b) $n^2 + n = n(n + 1)$, n 與 $n + 1$ 必有一個是偶數 , 故積為偶數

- (a) $4 - 3x < 13$ 得 $-3x < 9$; 除以 -3 要變號 , 所以 $x > -3$ 。
- (b) $n^2 + n = n(n + 1)$, 是兩個連續整數之積。兩者必有一個是偶數 , 所以積是偶數。

評分要點 : (a) $-3x < 9$ 得 1 分 , $x > -3$ 得 1 分 (寫 $x < -3$ 不給分)。(b) 要寫出因式分解與「連續整數」的論證。

■ 評分準則（全卷 100 分）

1. 數字與標準式 （4 分）

(b) 2 分：通分母 12 得 1 分， $19/12$ 得 1 分；答 $1.58\cdots$ 不給分。

2. 百分數 （4 分）

(c) \$598.40 得 1 分， -6.5% 得 1 分（寫「減少 6.5%」接受）；答 -10% 或 -15% 不給分。

3. 比例與比例尺 （5 分）

(c) 最常見錯誤是用 25 000 而非 $25\ 000^2$ ；答案單位必須是 m^2 。

4. 指數與根式 （4 分）

(a) $27^{(1/3)} = 3$ 得 1 分，9 得 1 分；(b) 化簡其中一個根式得 1 分， $8\sqrt{2}$ 得 1 分。

5. 數列 （4 分）

(c) 理由要指出 n 不是整數；只寫「不是」不給分。

6. 代數運算 （4 分）

(a) 未化簡前四項正確得 1 分， $2x^2 + 7x - 15$ 得 1 分；(b) 必須抽 $3x$ ，只抽 x 不給分。

7. 方程與主項變換 （5 分）

(a) 代入或消元正確得 1 分， $y = 2$ 得 1 分， $x = 4$ 得 1 分；(b) 整理出 $3x$ 得 1 分，整式除 3 得 1 分。

8. 多邊形角 （5 分）

(c) 用外角最穩；直接用 156° 去除 360° 不給分。

9. 畢氏定理與三角比 （5 分）

(c) 本卷不准用計算機，必須寫根式；若同時寫出根式，可接受 12.1。

10. 概率 （5 分）

(b) 第二次要抽 $4/9$ ；兩次都用 $5/10$ 只給 1 分。

Section A 小計 45

11. 二次方程與配方法 （6 分）

(a) 正確因式得 1 分，每個根各 1 分；(b) $(x - 3)^2 - 4$ 得 2 分，座標得 1 分。

12. 直線方程 （6 分）

(d) 要寫出代入過程；只寫「是」不給分。

13. 立體圖形 （7 分）

(a) 代入 $\pi r^2 h$ 得 1 分， $22/7 \times 49 = 154$ 得 1 分，1 540 得 1 分；(c) 兩個圓底要計兩次。

14. 逆算百分數 （6 分）

(a) 應除以 0.8（或先除 80 再乘 100）； 272×1.2 不給分。(b) 兩個數字都對得 2 分，指出「基數不同」得 1 分。

15. 統計 (7 分)

(a) $\Sigma fx = 50$ 與 $\Sigma f = 30$ 得 2 分, $5/3$ (接受 1.67) 得 1 分; 誤除以 5 (行數) 不給分。

16. 三角面積與體積 (7 分)

(a) 應用餘弦定理並代入 $\cos 60^\circ = 1/2$; "show that" 題必須寫過程。(c) $192\sqrt{3}$ 得 2 分, 取 3 位有效數字得 1 分。

17. 函數 (6 分)

(b) gf 即 $g(f(x))$, 先做 f ; 答 37 不給分。(c) 要算出判別式並解釋。

18. 向量 (6 分)

(a) OQ 得 1 分, 相減得 1 分, $\frac{1}{4}a + \frac{1}{4}b$ 得 1 分; (b) 證明平行要指出純量倍數 $\frac{1}{2}$ 。

19. 不等式與證明 (4 分)

(a) $-3x < 9$ 得 1 分, $x > -3$ 得 1 分 (寫 $x < -3$ 不給分)。(b) 要寫出因式分解與「連續整數」的論證。

全卷總分 100

等級描述 (全卷 100 分)

A* 85 – 100

計算準確、方法直接, 長題目 (如向量、立體圖形、證明) 能完整寫出推理, 並正確處理有效數字與單位。

A 75 – 84

大部分題目方法正確, 僅在長題目末段或精確值 (根式、分數) 出現小錯。

B 65 – 74

基本運算穩定, 但二次方程、三角面積、向量比例等題型會漏步驟或混淆公式。

C 55 – 64

能完成短題目, 長題目多只能取部分分; 百分數逆算、統計平均等概念未穩。

D/E 0 – 54

基礎運算與公式記憶未達 Extended 要求, 建議先鞏固 Core 內容再操卷。

時間分配建議 (全卷 120 分鐘)

閱讀全卷、分配時間 5 分鐘

Section A (第 1 – 10 題) 50 分鐘

Section B (第 11 – 19 題) 55 分鐘

覆核: 單位、有效數字、代回驗算 10 分鐘

注意事項

- 本卷為 2 小時、100 分、不準使用計算機，與劍橋 IGCSE 數學 0580 Extended Paper 2 的考制一致；題目全部原創，並非劍橋歷屆試題。
- 全卷 19 題，總分 100 分；每題旁的分數就是該部分可得的分數，分數越高的部分通常需要越多步驟。
- 不准用計算機，所以答案應盡量寫成整數、分數或根式；若題目要求有效數字，請寫明取位（例如 333 cm^3 ）。
- 長題目（第 11 – 19 題）要寫出方法步驟，只有答案不給方法分。
- 圓柱題用 $\pi = 22/7$ ；三角比的精確值（ $\sin 30^\circ = 1/2$ 、 $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ ）要背。
- 建議先做 Section A，把較難的 Section B 留到有足夠時間時處理。

TutorZone IGCSE Mathematics 0580 Paper 2 (Extended, non-calculator) practice paper | 題目全部原創，並非劍橋國際歷屆試題；
評分要點與等級描述為本卷自訂。