

AP 微積分 AB Section II 自由作答模擬卷 | 6 題 · 100 分 · 1 小時 30 分

中五至中六 (AP) 數學 | 時限：90 分鐘 | 總分：100 分 | 共 6 題

甲部：計算機可用部分 (36 分)

自由作題：須寫出完整解題步驟，只寫答案不給分；數值答案須附正確單位及恰當有效數字。全卷 100 分，限時 90 分鐘。

1. 1. 一質點沿直線運動，在 t 秒 ($t \geq 0$) 時距固定點 O 的位移為 $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 2$ 米。(a) 求速度 $v(t)$ ，並求質點瞬時靜止的時刻，須說明理由。(4 分) (b) 求加速度 $a(t)$ 及它為零的時刻。(3 分) (c) 求 $t = 0$ 至 $t = 4$ 期間質點走過的總路程。(5 分) (d) 求 $0 \leq t \leq 4$ 的平均速度，並解釋為何它與總路程的數值不同。(3 分) (e) 寫出速率正在增加的時間區間，並以 v 與 a 的正負號說明理由。(3 分)
2. 2. 一圓錐形水缸尖端向下，缸口半徑 4 米、深 8 米，水以每分鐘 2 立方米的速率注入。(a) 以相似三角形證明水面半徑 r 與水深 h 滿足 $r = h \div 2$ ，並求水深 5 米時水面上升的速率。(5 分) (b) 求水深 4 米時水面上升的速率，並說明為何它比 (a) 的結果大。(4 分) (c) 一把長 13 英尺的梯子斜靠垂直牆壁，梯腳以每秒 2 英尺遠離牆壁滑出。求梯腳距牆 5 英尺時，梯頂下滑的速率。(4 分) (d) 在半徑 6 的球體內內接一圓柱，求該圓柱的最大體積。(5 分)

乙部：計算機不可用部分 (64 分)

自由作題：須寫出完整解題步驟，只寫答案不給分；數值答案須附正確單位及恰當有效數字。全卷 100 分，限時 90 分鐘。

3. 3. (a) 曲線 $x^2 + xy + y^2 = 7$ 。以隱函數微分求 dy/dx ，並求點 $(1, 2)$ 處的切線方程。(6 分) (b) 求該曲線上所有水平切線的切點坐標 (準確值)。(5 分) (c) 設 $f(x) = x^2e^{-x}$ ，求 f 的極大值點及極大值 (準確值，並以三位小數表示)。(4 分) (d) 求 $d/dx [\ln(x^2 + 1)]$ 在 $x = 1$ 的值。(3 分)
4. 4. 設 $f(x) = 4 - x^2$ 、 $g(x) = x + 2$ 。(a) 求兩曲線的交點，並求由兩曲線圍成區域的面積 (準確值)。(6 分) (b) 該區域繞 x 軸旋轉，求旋轉體的體積 (準確值，並以三位小數表示)。(6 分) (c) 求 f 在 $0 \leq x \leq 2$ 上的平均值。(4 分)
5. 5. 微分方程 $dy/dx = 2xy$ ，初始條件 $y(0) = 3$ 。(a) 以分離變量法求通解及符合初始條件的特解，並求 $y(1)$ (四位小數)。(6 分) (b) 用歐拉法由 $x = 0$ 起以步長 0.5 估算 $y(1)$ ，須列出每一步。(5 分) (c) 設 $g(x) = \int_{\text{由 } 0 \text{ 到 } x} (t^2 - 2t) dt$ ，求 g 在 $x \geq 0$ 的極小值點及極小值。(5 分)
6. 6. (a) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(4x) \div (5x)$ 。(3 分) (b) 以 $n = 4$ 的右端黎曼和估算 $\int_{\text{由 } 0 \text{ 到 } 2} x^2 dx$ ，求估算值、真值及誤差 (準確值)。(5 分) (c) 設 $f(x) = ax^2 + b$ (當 $x \leq 1$) 及 $f(x) = 2x + 3$ (當 x 大於 1)。
求 a 、 b 使 f 在 $x = 1$ 連續且可微。(3 分) (d) 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 2x) \div (x^2 - 5)$ 。(3 分)