DSE 組合科學

中六（S6）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：50 分　｜　共 12 題

甲部（Q1 – Q6）：能量、功與功率

回答下列各題，須列出計算步驟。

1. 一個質量 0.50 kg 的球由靜止從 3.2 m 高處落下，忽略空氣阻力，取 $g = 9.81\ \text{m s}^{-2}$。(a) 求球到達地面前瞬間的速率。(b) 求重力在落下過程中對球所作的功。

答案：(a) $v = \sqrt{(2gh)} = \sqrt{(2 \times 9.81 \times 3.2)} = \sqrt{62.784} \approx 7.9\ \text{m s}^{-1}$ (2 marks)　(b) $W = mgh = 0.50 \times 9.81 \times 3.2 \approx 15.7\ \text{J}$ (2 marks)　注意：速率由能量守恆求得，球的質量在計算中約去。

2. 一輛質量 1200 kg 的汽車由 8.0 m s⁻¹ 加速至 20.0 m s⁻¹。求汽車動能的增加量，並由此說明合力對汽車所作的功。

答案：動能增加量 $= \tfrac{1}{2} \times 1200 \times (20.0^2 - 8.0^2) = 600 \times 336 = 201{,}600\ \text{J}$ (3 marks)　由功 – 能定理，合力所作的功等於動能增加量，即 201 600 J (1 mark)　注意：動能只取決於質量與速率的平方，速率不以線性相加。

3. 一名質量 60 kg 的學生在 15 s 內沿樓梯登上 12 m 高的樓層，取 $g = 9.81\ \text{m s}^{-2}$。求他克服重力作功的平均功率。

答案：克服重力所作的功 $= mgh = 60 \times 9.81 \times 12 = 7{,}063.2\ \text{J}$ (2 marks)　平均功率 $= W \div t = 7063 \div 15 \approx 471\ \text{W}$ (2 marks)　注意：功率是作功的速率，時間越短同一功的功率越大。

4. 一部起重機在 20 s 內把質量 250 kg 的負載勻速吊高 8.0 m，其輸入功率為 1.2 kW。求該起重機的效率。

答案：有用功輸出 $= 250 \times 9.81 \times 8.0 = 19{,}620\ \text{J}$ (2 marks)　輸入能量 $= 1\,200 \times 20 = 24{,}000\ \text{J}$ (1 mark)　效率 $= 19620 \div 24000 \times 100\% = 81.8\%$ (1 mark)　注意：效率是無單位的比值，分子與分母必須用同一段時間的能量。

5. 一個功率 250 W 的浸入式加熱器把 0.80 kg 的油加熱 240 s。油的比熱容量為 $2.0 \times 10^3\ \text{J kg}^{-1}\ \text{K}^{-1}$。假設沒有熱量散失，求油的溫度上升。

答案：加熱器供應的能量 $= Pt = 250 \times 240 = 60{,}000\ \text{J}$ (2 marks)　由 $E = mc\Delta T$，$\Delta T = 60000 \div (0.80 \times 2.0 \times 10^3) = 37.5\ \text{K}$ (2 marks)　注意：溫度差以 K 或 ℃ 表示時數值相同，不必換算。

6. 把 0.25 kg 溫度 80 ℃ 的水與 0.75 kg 溫度 20 ℃ 的水混合。假設沒有熱量散失，求混合後的水溫。

答案：設混合後的水溫為 T：$0.25 \times 80 + 0.75 \times 20 = (0.25 + 0.75) \times T$ (2 marks)　$T = (20 + 15) \div 1.0 = 35\ ℃$ (2 marks)　注意：熱水放出的熱等於冷水吸收的熱，前提是沒有熱量散失。

乙部（Q7 – Q9）：熱能與物態變化

回答下列各題，須列出所用的公式。

7. 求把 0.30 kg 溫度 0 ℃ 的冰完全熔化成 0 ℃ 的水所需的能量。冰的比潛熱為 $3.34 \times 10^5\ \text{J kg}^{-1}$。

答案：$E = mL = 0.30 \times 3.34 \times 10^5 = 100{,}200\ \text{J} \approx 1.0 \times 10^5\ \text{J}$ (4 marks)　注意：熔化過程中溫度保持不變，能量用於破壞粒子間的緊密排列。

8. 把 0.20 kg 的冰由 −10 ℃ 加熱至 0 ℃ 需要多少能量？冰的比熱容量為 2.1 × 10³ J kg⁻¹ K⁻¹。

答案：E = mcΔT = 2.1 × 10³ × 0.20 × 10 = 4,200 J (4 marks)

9. 一個額定功率 2 000 W 的電熱水壺把 1.5 kg 溫度 20 ℃ 的水加熱至 100 ℃。水的比熱容量為 4 200 J kg⁻¹ K⁻¹，假設沒有熱量散失。(a) 求水所需的能量。(b) 求加熱所需的時間。

答案：(a) E = mcΔT = 4 200 × 1.5 × 80 = 504,000 J (2 marks)　(b) t = E ÷ P = 504000 ÷ 2 000 = 252 s ≈ 4.2 分鐘 (2 marks)　注意：功率越大，加熱同一壺水所需的時間越短。

丙部（Q10 – Q12）：傳熱與能量轉換

回答下列各題，須解釋推論並列出計算步驟。

10. 一塊質量 2.0 kg 的銅塊由 150 ℃ 冷卻至 30 ℃，銅的比熱容量為 390 J kg⁻¹ K⁻¹。(a) 求銅塊放出的能量。(b) 解釋在同一室溫下，為何金屬手柄摸上去比木手柄冷。

答案：(a) E = mcΔT = 390 × 2.0 × 120 = 93,600 J ≈ 9.4 × 10⁴ J (3 marks)　(b) 金屬的導熱能力遠較木材強，熱能由手迅速傳入金屬，皮膚表面溫度下降較快，所以感覺較冷；木材導熱慢，由手流走的熱較少 (2 marks)　注意：金屬與木材在同一室溫下溫度相同，差別在於導熱能力。

11. 一塊總面積 2.5 m² 的太陽能板接收的太陽輻射功率為 800 W m⁻²，其能量轉換效率為 18%。(a) 求太陽能板的電功率輸出。(b) 求它在 3.0 小時內產生的電能，以 J 表示。

答案：(a) 電功率 = 800 × 2.5 × 0.18 = 360 W (2 marks)　(b) 電能 = Pt = 360 × (3.0 × 3 600) = 3,888,000 J ≈ 3.9 × 10⁶ J (3 marks)　注意：效率只計可用的電能輸出，其餘能量以熱的形式散失。

12. 一輛質量 400 kg 的過山車車廂由 25 m 高處由靜止滑下，取 g = 9.81 m s⁻²。(a) 若沒有摩擦，求車廂到達地面時的速率。(b) 實際速率為 20.0 m s⁻¹，求因摩擦而損失的能量。

答案：(a) ½mv² = mgh，v = √(2 × 9.81 × 25) ≈ 22.1 m s⁻¹ (2 marks)　(b) 損失能量 = mgh − ½mv² = 98,100 − 80,000 = 18,100 J ≈ 1.8 × 10⁴ J (2 marks)　注意：實際速率低於無摩擦的理論值，差額以熱和聲音的形式耗散。

TutorZone 中六（S6）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。