DSE 數學練習卷：指數、對數與數列

中六（S6）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部　指數與對數

短答與計算題

1. 化簡下列各式（答案用分數或整數表示）：(a) $2^5 \times 2^{-8}$；(b) 27 的 2/3 次方；(c) 81 的 −1/2 次方。

2. 求下列各值：(a) $\log_2 32$；(b) $\log_3 (1/9)$；(c) 解方程 $\log_{10} x + \log_{10} 2 = 3$。

3. 解下列指數方程：(a) 2^(x+1) = 32；(b) 5^(2x) = 125；(c) 由此說明 (a) 與 (b) 的解在數線上哪一個較大。

4. 某等差數列首項為 7，公差為 4。(a) 求第 20 項；(b) 求首 20 項之和；(c) 求首 n 項之和不小於 1000 的最小 n。

乙部　等差與等比數列

應用與情境題

5. 某等比數列首項為 3，公比為 2。(a) 求第 10 項；(b) 求首 10 項之和；(c) 判斷首 10 項之和的末位數字，並說明理由。

6. 某無限等比數列首項為 8，公比為 0.6。(a) 求第 3 項；(b) 說明該數列為何有無限和，並求無限和；(c) 求首 4 項之和。

7. 某人存入 50,000 元，年利率 4%，每年複利一次，為期 3 年。(a) 求 3 年後的本利和；(b) 求利息總額；(c) 若改為單利，利息會少收多少？

8. 一部機器原值 240,000 元，每年按 15% 折舊（餘額遞減法）。(a) 求 4 年後的價值；(b) 求這 4 年的總折舊額；(c) 求價值首次低於 150,000 元時的年數。

丙部　求和、複利與指數方程

綜合運算題

9. 求下列各和：(a) $\sum$（k 由 1 到 10）(3k − 2)；(b) $\sum$（k 由 1 到 8）2^(k−1)；(c) 比較兩者的增長方式。

10. 某等比數列第 3 項為 12，第 6 項為 96。(a) 求公比；(b) 求首項；(c) 求第 9 項。

11. 某培養皿的細菌數目 N = 500 × 3^t，t 為小時。(a) 求 N = 40,500 時的 t；(b) 求 N = 4,500 時的 t；(c) 由 (a) 與 (b) 說明 t 每增加 1 小時，N 的變化。

12. 解方程 3^(2x) − 4 × 3^x + 3 = 0。（提示：設 y = 3^x）寫出全部實數解，並驗算其中一個解。