DSE 數學練習卷：概率與統計

中六（S6）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部（Q1 – Q4）：組合、二項與正態分佈（32 分）

每題 8 分，須列出計算步驟。

1. 袋中有紅球 6 個、藍球 4 個、綠球 5 個，共 15 個。隨機抽出 3 個球（不放回）。(a) 求抽出 3 球的所有組合數。（2 分）(b) 求 3 球同色的概率。（3 分）(c) 求 3 球中恰有 2 個紅球的概率。（3 分）

答案：(a) 組合數 = C(15,3) = 455。[2 分] (b) 同色組合 = C(6,3) + C(4,3) + C(5,3) = 20 + 4 + 10 = 34；概率 = 34 ÷ 455 = 0.0747。[3 分] (c) 恰 2 紅 = C(6,2) × C(9,1) = 15 × 9 = 135；概率 = 135 ÷ 455 = 0.2967。[3 分]

2. 某遊戲每次成功的概率為 0.3，獨立重複玩 10 次，設 X 為成功次數。(a) 求 P(X = 3)。（3 分）(b) 求 X 的平均值及標準差（4 位小數）。（2 分）(c) 求至少成功 1 次的概率。（3 分）

答案：(a) $P(X=3) = C(10,3)(0.3)^3(0.7)^7 = 120 \times 0.027 \times 0.0824 = 0.2668$。[3 分] (b) 平均 = np = 3；方差 = np(1 − p) = 2.1；標準差 = 1.4491。[2 分] (c) $P(X \geqslant 1) = 1 - 0.7^{10} = 1 - 0.0282 = 0.9718$。[3 分]

3. 某科測驗成績呈正態分佈，平均 52 分，標準差 8 分。(a) 求成績高於 60 分的概率。（3 分）(b) 求成績介乎 44 分與 60 分之間的概率。（2 分）(c) 若只有最高 10% 學生獲甲級，求甲級的最低分數（取 1 位小數）。（3 分）

答案：(a) $z = (60 - 52) \div 8 = 1$；$P(Z > 1) = 0.1587$。[3 分] (b) $P(44 < X < 60) = P(-1 < Z < 1) = 0.6827$。[2 分] (c) 單尾 10% 的 z = 1.2816；最低分 = 52 + 1.2816 × 8 = 62.3。[3 分]

4. 工廠 A 生產全部貨品的 60%，工廠 B 生產其餘 40%。A 的不良率為 2%，B 的不良率為 5%。(a) 求隨機抽一件貨品為不良品的概率。（3 分）(b) 已知抽到不良品，求它來自工廠 A 的概率。（3 分）(c) 獨立抽 3 件，求至少 1 件不良的概率。（2 分）

答案：(a) P(不良) = 0.6 × 0.02 + 0.4 × 0.05 = 0.012 + 0.020 = 0.032。[3 分] (b) P(A | 不良) = 0.012 ÷ 0.032 = 0.375。[3 分] (c) $1 - 0.968^3 = 1 - 0.9070 = 0.0929$。[2 分]

乙部（Q5 – Q8）：數據描述、迴歸與獨立性（36 分）

每題 9 分，須列式並加以說明。

5. 某班 8 名學生的測驗分數為：[12, 15, 15, 18, 20, 22, 25, 33]。(a) 求平均數、中位數及眾數。（3 分）(b) 求標準差（總體，取 3 位小數）。（3 分）(c) 若新增一名得 60 分的學生，求新的平均數及中位數。（3 分）

答案：(a) 平均 = 160 ÷ 8 = 20；中位數 = (18 + 20) ÷ 2 = 19；眾數 = 15。[3 分] (b) 平方離差和 = 316；方差 = 316 ÷ 8 = 39.5；標準差 = 6.285。[3 分] (c) 新平均 = 220 ÷ 9 = 24.44；新中位數 = 20（排序後第 5 個數）。[3 分]

6. 某 5 間分店的廣告支出 x（千元）與營業額 y（萬元）如下：x = [1, 2, 3, 4, 5]，y = [2, 4, 5, 8, 11]。 (a) 求 y 對 x 的迴歸直線方程（斜率及截距取 1 位小數）。（4 分） (b) 估計廣告支出 7 千元時的營業額。（2 分） (c) 求相關係數 r，並評論以 x = 7 作預測是否可靠。（3 分）

答案：(a) $\bar{x} = 3$、$\bar{y} = 6$；$S_{xy} = 22$、$S_{xx} = 10$；斜率 $= 22 \div 10 = 2.2$，截距 $= 6 - 2.2 \times 3 = -0.6$；方程 $y = -0.6 + 2.2x$。[4 分] (b) $x = 7$ 時 $y = -0.6 + 2.2 \times 7 = 14.8$。[2 分] (c) $r = 22 \div \sqrt{(10 \times 50)} = 0.984$，屬極強正相關；但 $x = 7$ 超出數據範圍（1 至 5），屬外推，未必可靠。[3 分]

7. 從 6 名男生及 5 名女生中選出 4 人組成委員會。 (a) 求所有可能的組合數。（2 分） (b) 求恰有 2 名女生的概率（4 位小數）。（3 分） (c) 求至少 1 名女生的概率（4 位小數）。（2 分） (d) 若委員會須由 1 名女生任主席，其餘 3 人無性別限制，求組合數。（2 分）

答案：(a) $C(11,4) = 330$。[2 分] (b) $C(5,2) \times C(6,2) = 10 \times 15 = 150$；概率 $= 150 \div 330 = 0.4545$。[3 分] (c) 全男組合 $C(6,4) = 15$；$P(\text{至少 1 女}) = 1 - 15 \div 330 = 0.9545$。[2 分] (d) 女生任主席有 5 種選法，其餘 3 人從餘下 10 人選出：$5 \times C(10,3) = 5 \times 120 = 600$。[2 分]

8. 某校 200 名學生中，120 人修數學，90 人修物理，60 人兩科皆修。隨機選 1 人。 (a) 求該生修數學或物理的概率。（2 分） (b) 已知該生修數學，求他修物理的概率。（3 分） (c) 判斷「修數學」與「修物理」是否獨立，須以計算說明。（2 分） (d) 求只修其中一科的人數。（2 分）

答案：(a) $(120 + 90 - 60) \div 200 = 0.75$。[2 分] (b) $60 \div 120 = 0.5$。[3 分] (c) $P(\text{數}) \times P(\text{物}) = 0.6 \times 0.45 = 0.27$，而 $P(\text{兩科}) = 0.3$；$0.27 \neq 0.3$，故兩者不獨立。[2 分] (d) $(120 - 60) + (90 - 60) = 60 + 30 = 90$ 人。[2 分]

丙部（Q9 – Q12）：泊松、期望值與抽樣（32 分）

每題 8 分，答案須取適當小數位。

9. 某服務站每小時平均接到 2.5 個電話，每小時電話數符合泊松分佈。 (a) 求一小時內沒有電話的概率（4 位小數）。（2 分） (b) 求一小時內至少 3 個電話的概率（4 位小數）。（3 分） (c) 寫出每小時電話數的平均值、方差及標準差（4 位小數）。（3 分）

答案：(a) $P(X = 0) = e^{-2 \cdot 5} = 0.0821$。[2 分] (b) $P(X \leqslant 2) = 0.0821 + 0.2052 + 0.2565 = 0.5438$；$P(X \geqslant 3) = 1 - 0.5438 = 0.4562$。[3 分] (c) 泊松分佈平均 = 方差 = 2.5；標準差 $= \sqrt{2.5} = 1.5811$。[3 分]

10. 某抽獎每次收費 \$6，獎金 X 的分佈為：$P(X = 0) = 0.7$、$P(X = 10) = 0.25$、$P(X = 50) = 0.05$。 (a) 求 $E(X)$。（3 分） (b) 求每局的期望淨收益，並判斷長期是否值得玩。（3 分） (c) 求公平收費應為多少。（2 分）

答案：(a) $E(X) = 0 \times 0.7 + 10 \times 0.25 + 50 \times 0.05 = 0 + 2.5 + 2.5 = 5$。[3 分] (b) 期望淨收益 $= 5 - 6 = -1$，即每局平均蝕 \$1，長期不值得玩。[3 分] (c) 公平收費 $= E(X) = \$5$。[2 分]

11. 從某區隨機抽取 100 名學生，平均每日溫習 68 分鐘，標準差 12 分鐘。 (a) 求平均數的標準誤。（2 分） (b) 求平均溫習時間的 95% 置信區間（取 2 位小數，$z = 1.96$）。（3 分） (c) 若樣本增至 400 人，標準誤及區間寬度如何改變？寫出新的標準誤。（3 分）

答案：(a) 標準誤 $= 12 \div \sqrt{100} = 1.2$。[2 分] (b) $68 \pm 1.96 \times 1.2 = 68 \pm 2.352$，即 $(65.65, 70.35)$。[3 分] (c) $n = 400$ 時標準誤 $= 12 \div 20 = 0.6$；區間寬度由 4.70 收窄至 2.35，估計更精確。[3 分]

12. 某校各級人數：中一 300、中二 300、中三 250、中四 200、中五 100、中六 50，共 1200 人。現以分層抽樣抽出 120 人。(a) 求抽樣比例。（3 分） (b) 求各級應抽人數。（3 分） (c) 說明分層抽樣較簡單隨機抽樣優勝之處。（2 分）

答案：(a) 抽樣比例 = 120 ÷ 1200 = 0.1，即 10%。[3 分] (b) 中一 30、中二 30、中三 25、中四 20、中五 10、中六 5，合共 120 人。[3 分] (c) 分層抽樣保證各級均有代表，減少抽樣誤差，比簡單隨機抽樣更能反映母體結構。[2 分]

TutorZone 中六（S6）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。