# DSE 數學

中六（S6）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：50 分　｜　共 12 題

## 甲部：短題（每題 4 分）

回答全部題目，須列出算式及計算步驟。

**1. 解方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$，並求兩根之和與兩根之積。（4 分）**

答案：因式分解得 $(x - 2)(x - 3) = 0$，故 $x = 2$ 或 $x = 3$。兩根之和 $= 2 + 3 = 5$，兩根之積 $= 2 \times 3 = 6$。評分：因式分解 1 分，兩根各 1 分，和與積 1 分。

**2. 考慮方程 $2x^2 + 4x + k = 0$。（a）以 $k$ 表示其判別式。（b）若方程有重根，求 $k$ 的值及該重根。（4 分）**

答案：（a）判別式 $\Delta = 4^2 - 4 \times 2 \times k = 16 - 8k$。（b）重根表示 $\Delta = 0$，即 $16 - 8k = 0$，故 $k = 2$。此時方程為 $2x^2 + 4x + 2 = 2(x + 1)^2 = 0$，重根為 $x = -1$。

**3. 把 $x^2 + 8x + 11$ 寫成 $a(x - h)^2 + k$ 的形式，並寫出圖像的頂點及最小值。（4 分）**

答案：$x^2 + 8x + 11 = (x^2 + 8x + 16) - 16 + 11 = (x + 4)^2 - 5$。頂點為 $(-4, -5)$，最小值為 $-5$。評分：配方 2 分，頂點 1 分，最小值 1 分。

**4. 已知 $y = x^2 - 6x + 5$。（a）求圖像與 $x$ 軸的交點。（b）求對稱軸及頂點。（4 分）**

答案：（a）令 $y = 0$，得 $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$，故與 $x$ 軸交於 $(1, 0)$ 及 $(5, 0)$。（b）對稱軸為 $x = 6 \div 2 = 3$；代入得 $y = 9 - 18 + 5 = -4$，頂點為 $(3, -4)$。

**5. 設 $\alpha$、$\beta$ 為方程 $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 的兩根。（a）求 $\alpha + \beta$ 與 $\alpha\beta$。（b）求以 $1/\alpha$ 與 $1/\beta$ 為根、係數為整數的二次方程。（4 分）**

答案：（a）$\alpha + \beta = 7/3$，$\alpha\beta = 2/3$。（b）$1/\alpha + 1/\beta = (\alpha + \beta) \div \alpha\beta = (7/3) \div (2/3) = 7/2$；$1/\alpha \times 1/\beta = 1 \div (2/3) = 3/2$。所求方程為 $x^2 - (7/2)x + 3/2 = 0$，兩邊乘 2 得 $2x^2 - 7x + 3 = 0$。

**6. 一個球從地面垂直向上拋出，$t$ 秒後離地高度為 $h = -5t^2 + 20t$ 米（$0 \leqslant t \leqslant 4$）。（a）求球達到的最高高度。（b）求球離地 15 米時的時刻。（4 分）**

答案：（a）$h = -5(t^2 - 4t) = -5[(t - 2)^2 - 4] = -5(t - 2)^2 + 20$，故 $t = 2$ 時高度最大，最高為 20 米。（b）令 $-5t^2 + 20t = 15$，化簡得 $t^2 - 4t + 3 = 0$，即 $(t - 1)(t - 3) = 0$，故 $t = 1$ 秒或 $t = 3$ 秒。

## 乙部：應用題（每題 4 分）

解方程及不等式時須寫出因式分解或公式，並清楚標示答案。

**7. 解不等式 $x^2 - 3x - 10 \leqslant 0$。（4 分）**

答案：$x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2) \leqslant 0$，臨界值為 $-2$ 與 $5$。由於拋物線開口向上，兩根之間的值為負，故解為 $-2 \leqslant x \leqslant 5$。評分：因式分解 2 分，範圍 2 分（端點錯扣 1 分）。

**8. 判斷方程 $4x^2 - 12x + 9 = 0$ 的實根數目，並解該方程。（4 分）**

答案：判別式 $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 4 \times 9 = 144 - 144 = 0$，故方程有一個重根（二重實根）。$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2 = 0$，故 $x = 3/2$。

**9. 一個長方形的周界為 28 cm，面積為 45 cm²。求它的長與闊。（4 分）**

答案：設闊為 $w$ cm，則長為 $(14 - w)$ cm。由面積得 $w(14 - w) = 45$，即 $w^2 - 14w + 45 = 0$，因式分解得 $(w - 5)(w - 9) = 0$，故 $w = 5$ 或 $w = 9$。長方形的長為 9 cm，闊為 5 cm。

## 丙部：長題（共 14 分）

**長題須列出完整的解題步驟，應用題的答案須附單位。**

**10. 直線 $y = 2x + 3$ 與拋物線 $y = x^2 - 2x + 1$ 相交於 P、Q 兩點。（a）證明兩圖像有兩個交點。（b）求 P、Q 的 $x$ 坐標，答案準確至三位有效數字。（4 分）**

答案：（a）令 $x^2 - 2x + 1 = 2x + 3$，得 $x^2 - 4x - 2 = 0$。其判別式 $\Delta = 16 + 8 = 24 > 0$，故有兩個相異實根，即兩圖像有兩個交點。（b）由公式 $x = (4 \pm \sqrt{24}) \div 2 = 2 \pm \sqrt{6}$，故 $x \approx 4.45$ 或 $x \approx -0.449$（三位有效數字）。

**11. 已知 $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$。（a）把 $f(x)$ 寫成 $a(x - h)^2 + k$ 的形式。（b）求 $f(x)$ 的最小值及對應的 $x$ 值。（4 分）**

答案：（a）$f(x) = 2(x^2 - 6x) + 13 = 2[(x - 3)^2 - 9] + 13 = 2(x - 3)^2 - 5$。（b）因為 $(x - 3)^2 \geqslant 0$，故 $f(x) \geqslant -5$，最小值為 $-5$，在 $x = 3$ 時取得。評分：配方 2 分，最小值 1 分，對應 $x$ 值 1 分。

**12. 某小店售賣一款筆記本。每本售價 $x$ 元時，每月利潤 $P$（元）為 $P = -2x^2 + 80x - 600$，其中 $10 \leqslant x \leqslant 30$。（a）求使每月利潤最大的售價及該最大利潤。（b）求使每月利潤為正的售價範圍。（6 分）**

答案：（a）$P = -2(x^2 - 40x) - 600 = -2[(x - 20)^2 - 400] - 600 = -2(x - 20)^2 + 200$。因為 $-2(x - 20)^2 \leqslant 0$，故 $x = 20$ 時利潤最大，最大利潤為 200 元。（b）$P > 0$ 即 $-2x^2 + 80x - 600 > 0$，兩邊除以 $-2$（不等號反向）得 $x^2 - 40x + 300 < 0$，即 $(x - 10)(x - 30) < 0$，故 $10 < x < 30$。評分：配方 2 分，最大利潤 2 分，範圍 2 分。

---

TutorZone 中六（S6）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。