DSE 數學

中六（S6）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：50 分　｜　共 12 題

甲部：短題（每題 4 分）

回答全部題目，須列出算式及計算步驟。

1. 解方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$，並求兩根之和與兩根之積。（4 分）

2. 考慮方程 $2x^2 + 4x + k = 0$。（a）以 k 表示其判別式。（b）若方程有重根，求 k 的值及該重根。（4 分）

3. 把 $x^2 + 8x + 11$ 寫成 $a(x - h)^2 + k$ 的形式，並寫出圖像的頂點及最小值。（4 分）

4. 已知 $y = x^2 - 6x + 5$。（a）求圖像與 x 軸的交點。（b）求對稱軸及頂點。（4 分）

5. 設 α、β 為方程 $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 的兩根。（a）求 $\alpha + \beta$ 與 $\alpha\beta$。（b）求以 $1/\alpha$ 與 $1/\beta$ 為根、係數為整數的二次方程。（4 分）

6. 一個球從地面垂直向上拋出，t 秒後離地高度為 $h = -5t^2 + 20t$ 米（$0 \leqslant t \leqslant 4$）。（a）求球達到的最高高度。（b）求球離地 15 米時的時刻。（4 分）

乙部：應用題（每題 4 分）

解方程及不等式時須寫出因式分解或公式，並清楚標示答案。

7. 解不等式 $x^2 - 3x - 10 \leqslant 0$。（4 分）

8. 判斷方程 $4x^2 - 12x + 9 = 0$ 的實根數目，並解該方程。（4 分）

9. 一個長方形的周界為 28 cm，面積為 45 cm²。求它的長與闊。（4 分）

丙部：長題（共 14 分）

長題須列出完整的解題步驟，應用題的答案須附單位。

10. 直線 $y = 2x + 3$ 與拋物線 $y = x^2 - 2x + 1$ 相交於 P、Q 兩點。（a）證明兩圖像有兩個交點。（b）求 P、Q 的 x 坐標，答案準確至三位有效數字。（4 分）

11. 已知 $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$。（a）把 $f(x)$ 寫成 $a(x - h)^2 + k$ 的形式。（b）求 $f(x)$ 的最小值及對應的 x 值。（4 分）

12. 某小店售賣一款筆記本。每本售價 x 元時，每月利潤 P（元）為 $P = -2x^2 + 80x - 600$，其中 $10 \leqslant x \leqslant 30$。（a）求使每月利潤最大的售價及該最大利潤。（b）求使每月利潤為正的售價範圍。（6 分）