DSE 數學練習卷：指數、對數與數列

中六（S6）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部：指數與對數運算（第 1 至 4 題，共 24 分）

回答全部題目；計算題須列出公式、代入數值及單位，並在必要時取四位小數。

1. 化簡下列各題。(a) $2^{3} \times 2^{-5}$ ，答案以分數表示。 (b) $(3x^{2})^{3} \div 9x^{4}$ 。(c) 求 $\log_{2} 32$ 的值。 (6 分)

2. 解下列方程。(a) $\log_{3}(x+2) = 2$。 (b) $2^{(x+1)} = 16$。 (6 分)

3. 已知 $\log 2 = 0.3010$ 及 $\log 3 = 0.4771$（四位小數）。(a) 求 $\log 12$。 (b) 求 $\log 1.5$。 (c) 求 $\log 8$。 (6 分)

4. (a) 解 $3^{(2x)} = 27^{(x-1)}$。 (b) 求 $\log_{5}(1/25)$ 的值。 (6 分)

乙部：等差與等比數列（第 5 至 8 題，共 32 分）

解方程須寫出關鍵步驟，並檢查答案是否在定義域之內。

5. 等差數列首項為 7，公差為 −3。(a) 求通項 $T(n)$。 (b) 求 $T(10)$。 (c) 求首 15 項之和 $S(15)$。 (d) 求首個負項。 (8 分)

6. 等比數列首項為 3，公比為 2。(a) 寫出通項 $T(n)$。 (b) 求 $T(8)$。 (c) 求 $S(10)$。 (d) 求最小 n 使 $T(n)$ 大於 1000。 (8 分)

7. 等比數列首項為 8，公比為 3/4。(a) 求無限和 $S(\infty)$。 (b) 求 $T(4)$。 (c) 求 $S(5)$。 (d) 寫出公比須滿足的條件，使無限和存在。 (8 分)

8. 某市人口為 200 000，每年增長 5%。(a) 寫出 n 年後人口的表示式。 (b) 求 5 年後人口（取整數）。 (c) 求最小 n 使人口超過 300 000。 (8 分)

丙部：方程、應用與論述（第 9 至 12 題，共 44 分）

應用題須說明所用的數列或函數模型，並以完整句子解釋結論。

9. (a) 解 $4^{x} - 5(2^{x}) + 4 = 0$。 (b) 解 $\log x + \log(x-3) = 1$。 (10 分)

10. 禮堂第一排有 15 個座位，其後每排比前一排多 2 個，共 20 排。(a) 求第 20 排座位數。 (b) 求全場座位總數。 (c) 若場地最多容納 700 人，20 排是否足夠？並求最多可設的排數。 (10 分)

11. 數列 5, 15, 45, … (a) 證明此數列為等比數列，並求 $T(6)$。 (b) 求 $S(6)$。 (c) 求最小 n 使 $S(n)$ 大於 5000。 (12 分)

12. 某放射性樣本質量 80 mg，半衰期為 6 小時。(a) 寫出 t 小時後質量 $m(t)$ 的表示式。 (b) 求 18 小時後的質量。 (c) 求最少多少個整數小時後，質量低於 5 mg。 (12 分)