DSE 數學練習卷：三角學與座標幾何

中六（S6）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部：三角比與座標基礎（第 1 至 4 題，共 24 分）

回答全部題目；計算題須寫出公式、代入數值及單位，除特別指明外答案取三位有效數字。

1. 在三角形 ABC 中，$\angle C = 90^\circ$，AB = 13 cm，BC = 5 cm。(a) 求 AC 的長度。(b) 求 $\sin A$ 及 $\tan A$ 的值（以最簡分數表示）。(c) 求 $\angle A$，答案取三位有效數字。（6 分）

2. 在三角形 ABC 中，$a = 8$ cm，$b = 11$ cm，$\angle C = 65^\circ$。(a) 用餘弦定理求 c 的長度。(b) 用正弦定理求 $\angle A$，答案取三位有效數字。（6 分）

3. 一個扇形的半徑為 12 cm，圓心角為 1.8 弧度。(a) 求弧長。(b) 求扇形面積。(c) 把 1.8 弧度化為度，答案取三位有效數字。（6 分）

4. 已知 A$(-3, 4)$ 及 B$(5, -2)$。(a) 求 AB 的長度。(b) 求 AB 的中點坐標。(c) 求直線 AB 的方程，並以一般式 $ax + by + c = 0$ 表示。（6 分）

乙部：圓方程、三角方程與直線（第 5 至 8 題，共 32 分）

解方程須列出所有在指定範圍內的答案；捨去不合理解時須說明理由。

5. 圓 C 的方程為 $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 18 = 0$。(a) 求圓心及半徑。(b) 證明點 P$(3, -1)$ 在圓 C 上。(c) 求圓 C 在 P 點的切線方程。（8 分）

6. 解方程 $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$，其中 $0^\circ \leqslant x \leqslant 360^\circ$。(a) 把方程化為 $\sin x$ 的二次方程。(b) 解出範圍內全部答案。（8 分）

7. 已知函數 $y = 3\sin 2x + 1$。(a) 寫出振幅、週期、最大值及最小值。(b) 解 $3\sin 2x + 1 = 2.5$，其中 $0^\circ \leqslant x \leqslant 180^\circ$。（8 分）

8. 已知直線 L：$4x - 3y + 5 = 0$ 及點 P$(2, 7)$。(a) 求 P 到 L 的垂直距離。(b) 求過 P 且垂直於 L 的直線方程。(c) 求 P 在 L 上的垂足坐標。（8 分）

丙部：立體三角與綜合應用（第 9 至 12 題，共 44 分）

證明題須逐步寫出理由；應用題須先定義所用變數，並寫出所作假設。

9. 一個長方體的長、闊、高分別為 12 cm、9 cm 及 8 cm。(a) 求底面對角線的長度。(b) 求空間對角線的長度。(c) 求空間對角線與底面所成的角。(d) 求底面對角線與 12 cm 那條邊所成的角。（10 分）

10. 設 $f(x) = 3\sin x + 4\cos x$。(a) 把 $f(x)$ 寫成 $R\sin(x + \alpha)$ 的形式，其中 R 為正數、α 介於 0° 及 90° 之間。(b) 求 $f(x)$ 的最大值及此時 x 的值。(c) 解 $f(x) = 2$，其中 $0^\circ \leqslant x \leqslant 360^\circ$。（11 分）

11. 已知三點 A(1, 2)、B(7, 4) 及 C(5, 10)。(a) 證明 AB = BC 且 $\angle ABC = 90^\circ$。(b) 求三角形 ABC 的外心坐標及外接圓半徑。(c) 求外接圓的方程。 (11 分)

12. 在水平地面上，A 點測得塔頂的仰角為 32°；由 A 向塔底方向直行 25 m 到達 B 點，測得塔頂的仰角為 47°。設 A 與塔底的水平距離為 x m。(a) 以 x 建立求塔高的方程。(b) 求塔高。(c) 求 B 與塔頂的距離。(d) 寫出計算所依據的其中一個假設。 (12 分)

TutorZone 中六（S6）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。