

HKDSE 數學延伸部分單元一

中四至中六 (HKDSE) 數學 (延伸單元一) | 時限：150 分鐘 | 總分：100 分 | 共 8 題

甲部：二項式、指數與對數、求導與積分 (50 分)

結構題：須寫出完整步驟、代入過程及單位；概率答案須先寫分佈及參數。全卷 8 題，共 100 分，時限 2 小時 30 分，可使用計算機。

1. (a) 將 $(1 + 2x)^7$ 展開至 x^3 項 (即列出常數項至 x^3 的係數)。
(b) 求 $(1 - 3x)^9$ 展開式中 x^4 的係數。
2. (a) 解方程 $2^{x+1} = 5^{2x}$ ，答案準確至 3 位有效數字。
(b) 解方程 $\log_2 x + \log_2 (x - 3) = 2$ ，並說明為何要捨去其中一個根。
3. 設 $y = x^2e^{3x}$ 。
(a) 求 dy/dx ，並以乘積法則及連鎖法則說明步驟。
(b) 求曲線在 $x = 1$ 處的切線方程，答案以 e 表示。
4. 曲線 $y = x^2 - x - 2$ 與 x 軸相交於 A 、 B 兩點。
(a) 求 A 、 B 的坐標。
(b) 求曲線與 x 軸所圍成的區域面積，答案以分數表示。

乙部：數值積分、離散與連續概率分佈 (50 分)

結構題：須寫出完整步驟、代入過程及單位；概率答案須先寫分佈及參數。全卷 8 題，共 100 分，時限 2 小時 30 分，可使用計算機。

5. 下表為函數 $f(x)$ 在五個點的取值： $x = 0$ 、 0.5 、 1.0 、 1.5 、 2.0 時， $f(x)$ 分別為 1.000 、 1.284 、 1.649 、 2.117 、 2.718 。
(a) 用梯形法則 (5 個測點、4 個小區間) 估算 $\int_0^2 f(x)dx$ ，答案準確至 3 位小數。
(b) 說明若把區間數目加倍，估算值一般會如何改變，並指出梯形法則的誤差方向。
6. 設隨機變數 X 服從二項分佈 $B(20, 0.3)$ 。
(a) 求 $P(X = 6)$ ，答案準確至 4 位小數。
(b) 求 $P(X \geq 2)$ ，並寫出 $E(X)$ 及 $\text{Var}(X)$ 。
7. 設某十字路口的車輛到達數目服從泊松分佈，平均每 30 秒有 4 輛車到達，記 X 為 30 秒內的到達數目。
(a) 求 $P(X = 3)$ ，答案準確至 4 位小數。
(b) 求 $P(X \leq 1)$ ，並求 15 秒內沒有車輛到達的概率。

8. 設某考試成績 X 服從正態分佈，平均值 50 分、標準差 10 分。

(a) 求 $P(X > 62)$ 及 $P(45 < X < 65)$ ，各準確至 4 位小數。

(b) 若只有最高 10% 考生獲甲級，求甲級的最低分數 k （準確至 1 位小數），並解釋所用的標準分。