

HKDSE 數學延伸部分單元二

中六 (DSE) 數學 (延伸單元二) | 時限：150 分鐘 | 總分：100 分 | 共 8 題

甲部：短題 (50 分)

全卷 100 分，考試時間 2 小時 30 分。須列出完整步驟，答案須附正確單位；除特別指明外，數值答案須準確至 3 位有效數字。

- (數學歸納法) (a) 用數學歸納法證明：對所有正整數 n ， $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = n(n+1)(2n+1) \div 6$ 。(6 分) (b) 由此求 $1^2 + 2^2 + \cdots + 10^2$ 的值。(3 分) (c) 由此求 $11^2 + 12^2 + \cdots + 20^2$ 的值。(3 分)
- (二項式定理) (a) 求 $(2+x)^8$ 的展開式中 x^3 的係數。(4 分) (b) 求 $(1+3x)^6$ 的展開式中 x^2 的係數。(4 分) (c) 求 $(2+x)^8$ 的展開式中所有係數之和。(4 分)
- (三角學) A 及 B 均為銳角，且 $\sin A = 3/5$ 、 $\cos B = 5/13$ 。(a) 求 $\sin(A+B)$ 的值。(4 分) (b) 求 $\cos 2A$ 的值。(4 分) (c) 求 $\tan(A-B)$ 的值。(4 分)
- (極限與導數) (a) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \div (2x)$ 。(3 分) (b) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \div x^2$ 。(3 分) (c) 設 $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ ，求 dy/dx ，並求曲線在 $x = 2$ 處的切線方程。(4 分) (d) 求 $d/dx [x^2 \sin x]$ 。(4 分)

乙部：長題 (50 分)

全卷 100 分，考試時間 2 小時 30 分。須列出完整步驟，答案須附正確單位；除特別指明外，數值答案須準確至 3 位有效數字。

- (積分) (a) 求 $\int_0^1 x(x^2 + 1)^3 dx$ 。(6 分) (b) 求 $\int x \sin x dx$ 。(6 分)
- (矩陣) 設 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 。(a) 求 $\det A$ 。(2 分) (b) 求 A^{-1} 。(4 分) (c) 用 (b) 的結果解方程組 $2x + y = 7$ 、 $3x + 4y = 18$ 。(6 分)
- (向量) 設 $\mathbf{a} = (1, 2, -1)$ 、 $\mathbf{b} = (3, -1, 2)$ 。(a) 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 。(3 分) (b) 求 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 。(5 分) (c) 求 $\mathbf{a}$ 與 $\mathbf{b}$ 之間的夾角 θ (準確至 0.1°)。(5 分)
- (行列式與方程組) 考慮方程組 $x + 2y + 3z = 14$ 、 $2x - y + z = 3$ 、 $3x + y - 2z = -1$ 。(a) 求係數矩陣的行列式 D 。(5 分) (b) 用 Cramer 法則求 x 、 y 、 z 。(8 分)