

HKDSE 數學

中六 (HKDSE) 數學 | 時限：135 分鐘 | 總分：100 分 | 共 8 題

甲部 (48 分)

長題目：須列出計算步驟，答案須附單位。

1. (a) 化簡 $(4x^3y^{-2})^2 \div (8x^2y^{-3})$ ，並以正指數表示答案。(2 分)

(b) 解方程 $3^{2x-1} = 27^{x-2}$ 。(3 分)

(c) 已知 $1/x + 1/y = 1/z$ ，其中 $x \neq 0$ 、 $y \neq 0$ 、 $x \neq z$ 。以 x 及 z 表示 y 。(3 分)

(d) 解方程 $2x^2 - 7x - 15 = 0$ 。(4 分)

答案：(a) $(16x^6 y^{-4}) \div (8x^2 y^{-3}) = 2x^4 y^{-1} = 2x^4 / y$ *2

(b) $3^{2x-1} = 3^{3x-6} \Rightarrow 2x - 1 = 3x - 6 \Rightarrow x = 5$ *3

(c) $1/y = 1/z - 1/x = (x - z)/xz \Rightarrow y = xz/(x - z)$ *3

(d) $(2x + 3)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = -1.5$ 或 $x = 5$ *4

2. (a) 一件外套標價 \$640，現以七五折出售。求售價。(2 分)

(b) 該外套的成本為 \$380，求盈利百分率（準確至三位有效數字）。(3 分)

(c) \$5,000 存入銀行，年利率 4%，按年複利計算。求 3 年後所得的利息。(3 分)

(d) 一部機器價值 \$80,000，每年折舊 15%（按年遞減）。求 2 年後的價值。(4 分)

答案：(a) $640 \times 0.75 = \$480$ *2

(b) $(480 - 380)/380 \times 100\% = 26.3\%$ *3

(c) $5\,000 \times 1.04^3 - 5\,000 = \624.32 *3

(d) $80\,000 \times 0.85^2 = \$57,800$ *4

3. 直角坐標平面上有兩點 A(-2, 3) 及 B(6, 11)，O 為原點。

(a) 求 AB 的長度（準確至三位有效數字）。(3 分)

(b) 求 AB 的中點 M 的坐標。(2 分)

(c) 求 AB 的垂直平分線的方程。(4 分)

(d) 求三角形 OAB 的面積。(3 分)

答案：(a) $\sqrt{(8^2 + 8^2)} = \sqrt{128} = 11.3$ *3

(b) $M = ((-2 + 6)/2, (3 + 11)/2) = (2, 7)$ *2

(c) 斜率 $m = 8/8 = 1$ ，垂直平分線斜率 $= -1$ ；過 M： $y - 7 = -(x - 2) \Rightarrow y = -x + 9$ *4

(d) $\frac{1}{2} \cdot |(-2)(11) - (6)(3)| = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20$ *3

4. 設 $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$ 。

(a) 以配方法把 $f(x)$ 寫成 $a(x - h)^2 + k$ 的形式，並寫出圖像的頂點坐標。(4 分)

(b) 寫出 $y = f(x)$ 的對稱軸。(2 分)

(c) 解方程 $f(x) = 0$ (答案準確至三位有效數字)。(3 分)

(d) 求 k 的取值範圍，使方程 $f(x) = k$ 有兩個相異實根。(3 分)

答案：(a) $f(x) = 2(x^2 - 6x) + 13 = 2[(x - 3)^2 - 9] + 13 = 2(x - 3)^2 - 5$ ；頂點 $(3, -5)$ *4

(b) 對稱軸 $x = 3$ *2

(c) $x = (12 \pm \sqrt{40})/4 = 3 \pm \sqrt{10}/2 \Rightarrow x \approx 4.58$ 或 1.42 *3

(d) 最小值為 -5 ，故 $k > -5$ 時有兩相異實根 *3

乙部 (52 分)

長題目：須列出計算步驟，答案須附單位。

5. 在三角形 ABC 中， $AB = 12 \text{ cm}$ 、 $AC = 9 \text{ cm}$ ，且 $\angle BAC = 65^\circ$ 。

(a) 求 BC 的長度 (準確至三位有效數字)。(3 分)

(b) 求三角形 ABC 的面積 (準確至三位有效數字)。(3 分)

(c) 求 $\angle ABC$ (準確至最接近的 0.1°)。(4 分)

(d) 求由 A 至 BC 的最短距離 (準確至三位有效數字)。(3 分)

答案：(a) $BC^2 = 12^2 + 9^2 - 2(12)(9)\cos 65^\circ = 133.71 \Rightarrow BC = 11.6 \text{ cm}$ *3

(b) 面積 $= \frac{1}{2}(12)(9)\sin 65^\circ = 48.9 \text{ cm}^2$ *3

(c) $\sin \angle ABC/9 = \sin 65^\circ /11.6 \Rightarrow \angle ABC = 44.9^\circ$ *4

(d) 最短距離 $= 2 \times \text{面積} \div BC = 8.46 \text{ cm}$ *3

6. 九個學生的測驗分數如下：12、15、15、18、20、22、25、28、30。

(a) 求平均數 (準確至三位有效數字)。(2 分)

(b) 求中位數。(2 分)

(c) 求全距及四分位距。(4 分)

(d) 求標準差 (準確至三位有效數字)。(3 分)

(e) 若每個分數都加 3，寫出新的平均數及標準差。(2 分)

答案：(a) $(185)/9 = 20.6$ *2

(b) 排序後第 5 個數據 $= 20$ *2

(c) 全距 $= 30 - 12 = 18$ ； $Q_1 = 15.0$ 、 $Q_3 = 26.5 \Rightarrow$ 四分位距 $= 11.5$ *4

(d) 標準差 $= \sqrt{(\sum(x - \text{平均數})^2)/9} = 5.85$ *3

(e) 新平均數 $= 23.6$ ；標準差 $= 5.85$ (不變) *2

7. 一個袋中有 5 個紅球、3 個藍球及 2 個綠球，共 10 個球。

(a) 隨機抽出一球，求抽得紅球的概率。(2 分)

(b) 接連抽出兩球（抽出後不放回），求兩球皆為紅球的概率。(3 分)

(c) 接連抽出兩球（抽出後不放回），求最少有一球為藍球的概率。(4 分)

(d) 把 T、U、T、O、R、Z、O、N、E 九個字母全部排列，求不同排列的數目。(4 分)

答案：(a) $P(\text{紅}) = 5/10 = 1/2$ *2

(b) $(5/10) \times (4/9) = 2/9$ *3

(c) $1 - C(7,2)/C(10,2) = 1 - 21/45 = 8/15$ *4

(d) $9!/(2!2!) = 90,720$ *4

8. 某等差數列的首項為 7，公差為 4。

(a) 求該數列的第 10 項。(2 分)

(b) 求該數列首 20 項之和。(3 分)

(c) 另一等比數列的首項為 3、公比為 2，求其第 6 項。(3 分)

(d) 對 (a) 的等差數列，求最小的 n 使首 n 項之和大於 1000。(5 分)

答案：(a) $T_{10} = 7 + 9(4) = 43$ *2

(b) $S_{20} = (20/2)[2(7) + 19(4)] = 900$ *3

(c) $T_6 = 3 \times 2^5 = 96$ *3

(d) $n(4n + 10)/2 > 1000 \Rightarrow 2n^2 + 5n - 1000 > 0$; $n = 21$ 時和為 987 (不足) , $n = 22$ 時和為 1078 $\Rightarrow$ 最小 $n = 22$ *5