IGCSE 數學練習卷：代數與圖像

中四至中五（S4 – S5）　數學　|　時限：75 分鐘　|　總分：100 分　|　共 12 題

甲部：展開、因式分解與方程（第 1 至 4 題，共 24 分）

回答全部題目；除特別指明外，答案取三位有效數字，並寫出計算步驟。

1. 展開 $(2x - 3)(x + 5)$，並化簡 $6x^4 \ y^2 \div 9x^2y^5$ 。（6 分）

2. 因式分解：(a) $x^2 - 7x + 12$；(b) $2x^2 + 5x - 3$；(c) $9x^2 - 16$。（6 分）

3. 解聯立方程 $3x + 2y = 13$ 及 $5x - 2y = 11$；並解 $(2x - 1) \div 3 = (x + 4) \div 2$。（6 分）

4. 用二次公式解 $2x^2 - 5x - 3 = 0$（答案取準確值），並由此把 $2x^2 - 5x - 3$ 因式分解。（6 分）

乙部：直線、二次圖像與函數（第 5 至 8 題，共 32 分）

解方程須逐步列出步驟；解二次方程須寫出所用方法及捨去不合理解的理由。

5. $A(-1, 3)$ 與 $B(3, 11)$ 為直線 L 上兩點。(a) 求 L 的斜率及方程；(b) 求 L 與 x 軸的交點；(c) 求過 B 且垂直於 L 的直線方程。（8 分）

6. 曲線 $y = x^2 - 4x + 1$。(a) 配方求頂點坐標及對稱軸；(b) 解 $x^2 - 4x + 1 = 0$，答案取三位有效數字；(c) 直線 $y = 2$ 與曲線相交，求交點的 x 坐標。（8 分）

7. 解下列不等式：(a) $3 - 2x \geqslant 7$；(b) 列出所有滿足「$2x$ 大於 -3 且 $2x \leqslant 5$」的整數 x；(c) 求使 $x^2 - 5x + 6$ 為負數的 x 範圍。（8 分）

8. 已知 $f(x) = 3x - 2$，$g(x) = x^2 + 1$。(a) 求 $fg(2)$；(b) 求 $gf(2)$；(c) 求反函數 $f^{-1}(x)$；(d) 解 $f^{-1}(x) = 4$。（8 分）

丙部：判別式、指數圖像與綜合應用（第 9 至 12 題，共 44 分）

圖像題須標示交點與頂點坐標；應用題須先寫出所用變數的定義。

9. (a) 已知二次方程 $x^2 + kx + 9 = 0$ 有重根，求 k 的兩個可能值。(b) 當 $k = 6$ 時求該重根，並寫出曲線 $y = x^2 + 6x + 9$ 與 x 軸的接觸點及 y 軸截距。（11 分）

10. 曲線 $y = a \cdot b^x$ 通過 $(0, 3)$ 與 $(2, 27)$。(a) 求 a 與 b；(b) 求 $x = 4$ 時的 y 值；(c) 求 $y = 1/9$ 時的 x 值；(d) 寫出該曲線的漸近線方程。（11 分）

11. (a) 把 $y = (3x + 1) \div (x - 2)$ 變換為以 x 為主項。(b) 解 $3 \div (x - 1) + 2 \div (x + 2) = 1$，答案取三位有效數字。(c) 寫出 (b) 中 x 不可取的值。（11 分）

12. 一長方形的周界為 40 cm，兩邊長分別為 x cm 與 $(20 - x)$ cm。(a) 以 x 表示面積 A；(b) 配方求 A 的最大值及此時的 x；(c) 說明 $x = 8$ 與 $x = 12$ 得出相同面積的原因；(d) 求使面積為 75 cm² 的 x 值。（11 分）