中四數學練習卷：二次方程與二次函數

中四（S4）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部：二次方程與判別式

因式分解、公式法與根的性質

1. 解方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$（用因式分解法），並寫出兩根之積。

答案：（a）$x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$，故 $x = 3$ 或 $x = 4$（6 分）。（b）兩根之積 $= 3 \times 4 = 12$（2 分）。

2. 已知方程 $kx^2 + 4x + 2 = 0$ 有兩個相異實根，求 k 的取值範圍。

答案：（a）判別式 $= 4^2 - 4(k)(2) = 16 - 8k$（3 分）。（b）要有兩個相異實根，判別式須大於 0，即 $16 - 8k$ 大於 0，得 k 小於 2（4 分）。（c）二次項係數 k 不可為 0，故 k 小於 2 且 $k \neq 0$（1 分）。

3. 設 α、β 為方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的兩根，求 $\alpha^2 + \beta^2$ 的值。

答案：（a）$\alpha + \beta = 6$（2 分）。（b）$\alpha\beta = 5$（2 分）。（c）$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 36 - 10 = 26$（4 分）。

4. 用二次公式解 $2x^2 + 5x - 3 = 0$，並寫出兩根之和。

答案：（a）判別式 $= 5^2 - 4(2)(-3) = 25 + 24 = 49$（3 分）。（b）$x = (-5 \pm 7) / 4$（3 分）。（c）$x = 1/2$ 或 $x = -3$（2 分）。（d）兩根之和 $= -5/2$（1 分）。

乙部：二次函數的圖像與極值

配方法、頂點與對稱軸

5. 把 $y = x^2 - 8x + 13$ 化成 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式，並寫出頂點、對稱軸及最小值。

答案：（a）$y = (x - 4)^2 - 3$（4 分）。（b）頂點為 $(4, -3)$（2 分）。（c）對稱軸為 $x = 4$（1 分）。（d）最小值為 -3（1 分）。

6. 已知 $y = -2x^2 + 12x - 13$，求最大值及取得最大值時 x 的值。

答案：（a）$y = -2(x^2 - 6x) - 13 = -2(x - 3)^2 + 18 - 13 = -2(x - 3)^2 + 5$（4 分）。（b）當 $x = 3$ 時取得最大值（2 分）。（c）最大值為 5（2 分）。

7. 若 $y = x^2 + 2x + k$ 的圖像與 x 軸只有一個交點，求 k；並說明當 k 小於 1 時圖像與 x 軸的相交情況。

答案：（a）判別式 $= 4 - 4k = 0$，得 $k = 1$（4 分）。（b）當 k 小於 1 時判別式大於 0，圖像與 x 軸有兩個交點（4 分）。

8. 直線 $y = mx + 1$ 與曲線 $y = x^2 - 4x + 5$ 相交於兩點，求 m 的取值範圍。

答案：（a）由 $x^2 - 4x + 5 = mx + 1$ 得 $x^2 - (4 + m)x + 4 = 0$（3 分）。（b）判別式 $= (4 + m)^2 - 16$ 須大於 0（3 分）。（c）即 $m^2 + 8m$ 大於 0，得 m 大於 0 或 m 小於 -8（3 分）。

丙部：應用題與綜合題

最大面積、拋體運動與數列應用

9. 用 40 m 的圍欄圍成一個長方形花圃，求最大面積。

答案：（a）設闊為 x m，則長為 (20 − x) m（2 分）。（b）面積 $A = x(20 - x) = -(x - 10)^2 + 100$（4 分）。（c）當 $x = 10$ 時面積最大，最大面積為 100 m²（2 分）。

10. 一個球被拋出，t 秒後的高度為 $h = -5t^2 + 20t$（米）。求最大高度及球落地的時間。

答案：（a）$h = -5(t - 2)^2 + 20$（3 分）。（b）當 $t = 2$ 秒時高度最大，為 20 米（3 分）。（c）令 $-5t^2 + 20t = 0$，得 $t(t - 4) = 0$，$t = 4$ 秒落地，$t = 0$ 捨去（2 分）。

11. 求以 $2 + \sqrt{3}$ 及 $2 - \sqrt{3}$ 為兩根的二次方程。

答案：（a）兩根之和 $= 4$（3 分）。（b）兩根之積 $= 4 - 3 = 1$（3 分）。（c）所求方程為 $x^2 - 4x + 1 = 0$（3 分）。

12. 兩個連續正整數之積為 156，求該兩個整數。

答案：（a）設兩數為 n 及 $n + 1$，則 $n(n + 1) = 156$，即 $n^2 + n - 156 = 0$（3 分）。（b）判別式 $= 1 + 624 = 625$，其平方根為 25（3 分）。（c）$(n - 12)(n + 13) = 0$，得 $n = 12$，捨去 $n = -13$（2 分）。（d）兩數為 12 及 13（1 分）。

TutorZone 中四（S4）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。