中四數學練習卷：二次方程、對數、數列與座標幾何

中四（S4）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部：二次方程與多項式（24 分）

每題 6 分，須列式或說明推理。

1. 設 α、β 為方程 $2x^2 - 7x + 3 = 0$ 的兩根。(a) 以因式分解法解該方程。(b) 求 $\alpha + \beta$ 與 $\alpha\beta$，並由此求判別式的值。(c) 求以 $\alpha + 1$ 與 $\beta + 1$ 為兩根的二次方程，並以 $ax^2 + bx + c = 0$（a、b、c 為整數）的形式表示。

2. 設 $p(x) = 2x^3 + ax^2 - 5x + 6$，其中 a 為常數。已知 $p(1) = 0$。(a) 求 a 的值。(b) 將 $p(x)$ 分解為一次因式的乘積。(c) 由此解方程 $p(x) = 0$，並寫出全部根。

3. (a) 不使用計算機，化簡 $(27^{2/3} \times 9^{-1/2}) \div 81^{1/4}$，並展示每一步。(b) 解方程 $4^{x+1} = 8^{2x-3}$。(c) 已知 $5^a = 2$ 及 $5^b = 3$，求 5^{2a+b} 的值。

4. 一個長方形的周界為 26 cm，面積為 40 cm²。設長為 x cm。(a) 證明 x 滿足方程 $x^2 - 13x + 40 = 0$。(b) 求該長方形的長與闊。(c) 求該長方形對角線的長度（答案準確至 2 位小數）。

乙部：指數、對數與數列（36 分）

每題 9 分，注意題目各部分的配分。

5. (a) 解方程 $\log_2(x + 3) + \log_2(x - 3) = 4$，並解釋為何要剔除其中一個解。(b) 解方程 $\log_4(x + 12) = 2$。(c) 不使用計算機，求 $\log 8 \div \log 2 + \log 25 + \log 4$ 的值（對數以 10 為底）。

6. 一部汽車的價值 V（元）在購入 n 年後為 $V = 240000 \times 0.85^n$。(a) 求購入 3 年後的價值（準確至元）。(b) 求最少多少年後價值首次低於 $100,000，並展示取對數的步驟。(c) 若另一部汽車每年按固定百分率 r 折舊，4 年後價值剛好為原價的一半，求 r（準確至 0.1%）。

7. (a) 某等差數列首項為 7，公差為 4，求第 20 項。(b) 求該數列首 20 項之和。(c) 某等比數列首項為 3，公比為 2，求首 8 項之和。(d) 承 (a)(b)，求最小的 n 使該等差數列首 n 項之和大於 1000，並以計算支持你的答案。

8. 設 y 隨 x^2 正變，並隨 z 反變。當 $x = 4$、$z = 2$ 時，$y = 24$。(a) 求變分常數並寫出 y 與 x、z 的關係式。(b) 當 $x = 6$、$z = 9$ 時，求 y。(c) 當 $y = 9$、$x = 3$ 時，求 z。

丙部：座標幾何、三角、統計與概率（40 分）

每題 10 分，須作完整計算或解釋。

9. 已知 A(−2, 1) 與 B(4, 5) 為坐標平面上兩點。(a) 求 AB 的長度（答案以根式表示，並取 2 位小數）。(b) 求 AB 的中點坐標。(c) 求 AB 的垂直平分線方程，並以 $Ax + By + C = 0$ 的形式表示。(d) 求該垂直平分線與 y 軸的交點，並說明該點與 A、B 的距離關係。

10. 在三角形 ABC 中，AB = 10 cm，AC = 14 cm，$\angle A = 60^\circ$。(a) 求 BC 的長度（準確至 2 位小數）。(b) 求三角形 ABC 的面積（答案以根式及 2 位小數表示）。(c) 求 $\angle B$（準確至 0.1°），並說明所用的公式。

11. 某組數據為 4、7、7、9、11、13、15、18。(a) 求平均數。(b) 求中位數。(c) 求眾數。(d) 求標準差（準確至 2 位小數）。(e) 若每個數據同時加 3，分別說明平均數、中位數、標準差及全距有何變化，並解釋原因。

12. 一個袋中有 5 個紅球、3 個藍球及 2 個綠球，除顏色外完全相同。(a) 隨機抽出一球，求抽出紅球的概率。(b) 不放回地抽出兩球，求兩球皆為紅球的概率。(c) 不放回地抽出兩球，求至少有一球為綠球的概率。(d) 放回地抽出兩球，求剛好一紅一藍的概率。

TutorZone 中四（S4）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。