中四數學練習卷：統計數據與概率

中四（S4）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部　統計數據的整理與集中趨勢

甲部：計算題須列出算式與步驟，求中位數時須說明所用的數據位置。

1. 某組數據如下：12、15、15、18、20、22、22、22、27、27。（a）求該組數據的平均數；（b）求中位數；（c）求眾數；（d）指出三個集中趨勢量度中，哪一個最不受極端值影響，並略作解釋。

答案：（a）平均數 = (12 + 15 + 15 + 18 + 20 + 22 + 22 + 22 + 27 + 27) ÷ 10 = 200 ÷ 10 = 20（3 分）。（b）共 10 個數據，中位數為第 5 及第 6 個數據的平均數 = (20 + 22) ÷ 2 = 21（3 分）。（c）眾數為 22，因它出現 3 次，次數最多（2 分）。（d）中位數只取決於數據的排列位置，極端值（如 12 或 27）無論偏離多遠都不會改變它的位置，故中位數最不受極端值影響（1 分）。

2. 某班 40 名學生的測驗分數整理成頻數分佈表：0 – 10 分有 4 人、10 – 20 分有 10 人、20 – 30 分有 16 人、30 – 40 分有 8 人、40 – 50 分有 2 人。（a）求總頻數；（b）以組中點計算該班分數的估計平均數；（c）寫出眾數組；（d）指出估計平均數與真實平均數可能不同的其中一個原因。

答案：（a）總頻數 = 4 + 10 + 16 + 8 + 2 = 40（2 分）。（b）組中點依次為 5、15、25、35、45，總和 = 4×5 + 10×15 + 16×25 + 8×35 + 2×45 = 20 + 150 + 400 + 280 + 90 = 940；估計平均數 = 940 ÷ 40 = 23.5 分（4 分）。（c）眾數組為 20 – 30 分，因該組頻數 16 為最大（2 分）。（d）以組中點代替組內每個數據，忽略了組內分數的分佈，故估計值與真實平均數有差異（1 分）。

3. 沿用上題的頻數分佈表（0 – 10 分 4 人、10 – 20 分 10 人、20 – 30 分 16 人、30 – 40 分 8 人、40 – 50 分 2 人，共 40 人）。（a）寫出中位數所在的組；（b）用插值法估計中位數；（c）寫出該組的組距及組中點；（d）求估計中位數與估計平均數（23.5 分）之差。

答案：（a）累積頻數為 4、14、30、38、40，中位數為第 20 及第 21 個數據，兩者都落在 15 至 30 之間，故中位數組為 20 – 30 分（2 分）。（b）中位數 = 20 + (20 − 14) ÷ 16 × 10 = 20 + 6 ÷ 16 × 10 = 23.75 分（3 分）。（c）組距 = 10 分，組中點 = (20 + 30) ÷ 2 = 25 分（2 分）。（d）估計中位數 − 估計平均數 = 23.75 − 23.5 = 0.25 分（1 分）。

4. 某組 11 個數據依次為：3、5、5、7、8、9、12、14、15、18、21。（a）寫出這組數據的五數概括；（b）求四分位距；（c）用 1.5 倍四分位距的規則，判斷 21 是否離群值，並須列出計算；（d）在盒鬚圖中，盒的闊度代表甚麼？

答案：（a）最小值 3，下四分位數 5，中位數 9，上四分位數 15，最大值 21（3 分）。（b）四分位距 = 15 − 5 = 10（2 分）。（c）上限 = 15 + 1.5 × 10 = 30；21 小於 30，故 21 不是離群值（3 分）。（d）盒的闊度代表四分位距，即中間 50% 數據的分佈範圍（1 分）。

乙部　離差、標準差與數據比較

乙部：標準差答案保留三位有效數字，並須寫出所用的公式。

5. 某組數據為：4、6、8、10、12。（a）求平均數；（b）求方差；（c）求標準差（三位有效數字）；（d）若每個數據同時加 5，標準差會怎樣改變？

答案：（a）平均數 = (4 + 6 + 8 + 10 + 12) ÷ 5 = 40 ÷ 5 = 8（2 分）。（b）方差 = [(4−8)² + (6−8)² + (8−8)² + (10−8)² + (12−8)²] ÷ 5 = (16 + 4 + 0 + 4 + 16) ÷ 5 = 8（3 分）。（c）標準差 = $\sqrt{8} \approx 2.83$（2 分）。（d）每個數據同時加 5，各數據與平均數的距離不變，故標準差不變（1 分）。

6. 甲班數學測驗的平均分為 60 分，標準差為 8 分；乙班的平均分為 65 分，標準差為 4 分。（a）解釋標準差所量度的是甚麼；（b）甲班某學生得 76 分，求他的標準分；（c）乙班某學生得 73 分，求他的標準分；（d）比較兩名學生在各自班內的相對表現；（e）若乙班的標準差為 0，代表甚麼？

答案：（a）標準差量度各數據與平均數的平均偏離程度，數值越大表示數據越分散（2 分）。（b）甲班學生的標準分 = (76 − 60) ÷ 8 = 2.0（2 分）。（c）乙班學生的標準分 = (73 − 65) ÷ 4 = 2.0（2 分）。（d）兩人的標準分同為 2.0，即兩人在各自班內高出平均分的距離相同，相對表現相同（2 分）。（e）標準差為 0 表示全班的分數完全相同，沒有離差（1 分）。

7. 某組 7 個數據的平均數為 12。現加入一個新數據 28。（a）求加入新數據後的平均數；（b）中位數是否一定同時改變？試略作解釋；（c）新一組數據的標準差會比原本大還是小？試略作解釋。

答案：（a）新總和 = 7 × 12 + 28 = 84 + 28 = 112，新平均數 = 112 ÷ 8 = 14（3 分）。（b）不一定；新數據 28 大於原本的平均數，會使平均數上升，但中位數只取決於排列位置，加入一個較大的數據後只會令部分位置後移，中位數可能不變或只略為上升（2 分）。（c）新標準差會較大；28 與新平均數 14 相距 14，遠大於其他數據的偏離，令平均偏離程度增加（3 分）。

8. 某校想調查中四學生每日溫習時間。（a）指出兩項會影響樣本代表性的因素；（b）說明隨機抽樣的一項好處；（c）說明為何只用網上問卷收集數據可能出現偏差；（d）指出處理離群值的一種常見方法。

答案：（a）樣本的大小，以及抽樣方法是否有偏差（例如只訪問某一班或某些時段在圖書館的學生）（2 分）。（b）隨機抽樣令每名學生被抽中的機會相同，可減少選擇偏差，使樣本較能代表整體（2 分）。（c）網上問卷只覆蓋有上網習慣及願意回應的學生，這批學生的溫習時間可能與其他人不同，造成自我選擇偏差（2 分）。（d）可先檢查該數據是否記錄錯誤或輸入錯誤，若確定為異常值可將其剔除，並在報告中說明；亦可同時報告含與不含該數據的結果（2 分）。

丙部　概率與期望值

丙部：概率可用分數或小數表示，小數答案保留三位有效數字；須寫出樣本空間或所用公式。

9. 一個袋中有 5 個紅球、3 個藍球及 2 個綠球，共 10 個球，除顏色外完全相同。（a）隨機抽出一個球，求抽到紅球的概率；（b）求抽到的球不是紅球的概率；（c）連續抽出兩個球，每次抽出後不放回，求兩個都是紅球的概率；（d）若每次抽出後放回，求兩個都是紅球的概率。

答案：（a）P(紅球) = 5 ÷ 10 = 0.5（2 分）。（b）P(不是紅球) = 1 − 0.5 = 0.5，或 (3 + 2) ÷ 10 = 0.5（2 分）。（c）不放回時，P(兩個都是紅球) = (5 ÷ 10) × (4 ÷ 9) = 0.2222 = 2/9，約 0.222（2 分）。（d）放回時兩次抽球互相獨立，P(兩個都是紅球) = (5 ÷ 10) × (5 ÷ 10) = 0.25（2 分）。

10. 同時擲兩粒公平的骰子。（a）求兩粒骰子點數之和為 7 的概率；（b）求兩粒骰子點數相同的概率；（c）求點數之和為 7 或兩粒點數相同的概率；（d）判斷「點數之和為 7」與「兩粒點數相同」這兩個事件是否互斥，並加以解釋。

答案：（a）樣本空間共 36 個結果，和為 7 的組合有 (1,6)、(2,5)、(3,4)、(4,3)、(5,2)、(6,1) 共 6 個，故概率 = 6/36 = 1/6 ≈ 0.167（2 分）。（b）兩粒點數相同的組合有 (1,1) 至 (6,6) 共 6 個，概率 = 6/36 = 1/6 ≈ 0.167（2 分）。（c）兩事件沒有共同結果（和為 7 時兩粒點數必不相同），故互斥，概率 = 1/6 + 1/6 = 1/3 ≈ 0.333（2 分）。（d）互斥，因為兩粒骰子點數之和為 7 時，兩粒點數必然不同，兩個事件不可能同時發生（2 分）。

11. 某班共有 40 名學生，其中男生 24 人、女生 16 人。男生中有 18 人測驗合格，女生中有 10 人合格。（a）求隨機選出一名學生而該生合格的概率；（b）已知選出的學生合格，求該生是男生的概率；（c）已知選出的學生是女生，求她合格的概率；（d）根據（a）與（c）的結果，判斷性別與合格與否是否獨立，並加以解釋。

答案：（a）合格人數 = 18 + 10 = 28，P(合格) = 28 ÷ 40 = 0.7（2 分）。（b）P(男生 | 合格) = 18 ÷ 28 = 9/14 ≈ 0.643（2 分）。（c）P(合格 | 女生) = 10 ÷ 16 = 0.625（2 分）。（d）因為 P(合格) = 0.70 與 P(合格 | 女生) = 0.625 不相等，所以性別與合格與否並不獨立（2 分）。

12. 某遊戲從上述袋中（5 紅、3 藍、2 綠）隨機抽出一個球：抽到紅球可得 20 元，抽到藍球可得 5 元，抽到綠球須付 10 元。（a）求玩一次遊戲可得金額的期望值；（b）若每次遊戲收費 12 元，求玩家的淨期望值；（c）說明主辦單位長遠而言是否有利可圖；（d）若要使遊戲公平，每次應收費多少？

答案：（a）E = 0.5 × 20 + 0.3 × 5 + 0.2 × (−10) = 10 + 1.5 − 2 = 9.5 元（3 分）。（b）淨期望值 = 9.5 − 12 = −2.5 元（2 分）。（c）玩家的淨期望值為負，即每位玩家平均每次輸 2.5 元，故主辦單位長遠有利可圖（2 分）。（d）公平遊戲的收費應等於期望所得，即 9.5 元（1 分）。

TutorZone 中四（S4）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。