中五數學練習卷：函數與圖像、數列、排列組合與概率

中五（S5）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部：函數與圖像（第 1 – 4 題）

全部題目均須作答；計算題須列出算式、代入步驟及單位。

1. 設函數 $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$。 (a) 以配方形式表示 $f(x)$，並寫出圖像的頂點及對稱軸。 (b) 求 $f(x)$ 的最小值，並判斷該函數有沒有最大值。 (c) 解方程 $f(x) = 0$，答案取三位有效數字。

2. 某細菌培養的數量 y 與時間 x 小時的對應為 $y = 3 \times 2^x$。 (a) 求 $x = 4$ 時 y 的值。 (b) 求 $y = 96$ 時 x 的值。 (c) 描述 $y = 3 \times 2^x$ 的圖像與 $y = 2^x$ 的圖像之間的變換對應。

3. 已知 $y = x^2$ 的圖像向右平移 3 單位、再向上平移 4 單位，得到 $y = g(x)$ 的圖像。 (a) 寫出 $g(x)$ 的代數式。 (b) 寫出 g 的圖像的頂點坐標。 (c) 求 $g(0)$ 的值，並說明它與 y 截距的對應。

4. 某小店出售手作蛋糕，售價為每件 x 元時，每日可售出 $(120 - 2x)$ 件，收益 $R(x) = x(120 - 2x)$ 元。 (a) 把 $R(x)$ 寫成 $a(x - h)^2 + k$ 的形式。 (b) 求售價使收益最大，並求最大收益。 (c) 若店主希望每日收益不少於 1600 元，求售價的整數範圍。

乙部：數列與求和（第 5 – 8 題）

提示：拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 的頂點 x 坐標為 $-b \div 2a$；無限等比數列之和為 $a \div (1 - r)$，僅當 r 的絕對值小於 1。

5. 某等差數列的首項為 7，公差為 -3。 (a) 求第 20 項。 (b) 求首 20 項之和。 (c) 求首 n 項之和 $S(n)$ 的代數式，並判斷 $S(n)$ 會不會等於 0。

6. 某等比數列的首項為 5，公比為 0.6。 (a) 求首 5 項之和。 (b) 求該數列無限項之和。 (c) 說明為何這個等比數列的無限項之和存在，而公比為 1.2 時則不存在。

7. 考慮 100 與 500 之間所有 3 的倍數。 (a) 寫出這個數列的首項與末項。 (b) 求這些數的個數。 (c) 求它們的總和，並說明所用公式的條件。

8. 某城市人口現時為 5000 人，每年增長率為 3%，以複利方式計算（compound interest）。 (a) 求 5 年後的人口，取整數。 (b) 求最少多少年後人口會超過現時的兩倍。 (c) 若增長率改為每年 5%，所需年數會增加還是減少？簡略解釋。

丙部：排列組合、概率與統計（第 9 – 12 題）

概率答案可用分數或小數表示；小數須取三位有效數字，並註明單位。

9. 某班有 5 名男生及 4 名女生，現從中選出 3 人組成委員會。 (a) 求所有可能的組合數目。 (b) 求委員會中至少有一名女生的組合數目。 (c) 求委員會中恰有一名女生的組合數目，並核對 (b) 與 (c) 的對應。

10. 7 名學生排成一行拍照，其中甲、乙兩人必須相鄰。(a) 求所有排列的數目。(b) 求甲、乙相鄰的排列數目。(c) 由此求隨機排列時甲、乙相鄰的概率，答案取三位有效數字。

11. 一個袋內有 4 個紅球及 6 個藍球，隨機抽出 2 個球，不放回。(a) 求兩個都是紅球的概率。(b) 求至少有一個紅球的概率。(c) 比較有放回與不放回兩種情況下 (a) 的答案。

12. 某組數據為 4, 7, 7, 9, 13。(a) 求平均值及標準差（以母體標準差計算，取三位有效數字）。(b) 若每個數據同時加 5，求新的平均值及標準差。(c) 若每個數據同時乘 2，說明平均值與標準差如何改變。

TutorZone 中五（S5）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。