中五數學

中五（S5）　數學（必修部分）　|　時限：75 分鐘　|　總分：100 分　|　共 12 題

甲部：指數、對數與數列（24 分）

每題 6 分，須列式或說明推理。

1. 解下列方程：(a) 3^(2x−1) = 81；(b) $\log_5(2x+3) = 2$。並說明每步所用的指數或對數性質。

2. 已知 log 2 = a、log 3 = b。(a) 以 a、b 表示 log 72；(b) 以 a、b 表示 log 4.5；(c) 解釋為何 log 72 的係數與 72 的質因數分解有關。

3. 某等差數列首項為 7、公差為 4。(a) 求第 20 項。(b) 求首 20 項之和。(c) 求首 n 項和大於 900 的最小 n。

4. 某等比數列首項為 3、公比為 2。(a) 求首 10 項之和。(b) 求最小的 n 使第 n 項大於 1000，並寫出該項。

乙部：二次函數、直線與圓（36 分）

每題 9 分，注意題目各部分的配分。

5. 曲線 $y = x^2 - 6x + 5$。(a) 以 $(x-h)^2 + k$ 形式表示。(b) 寫出頂點與最小值。(c) 求 x 軸截距與 y 軸截距。

6. 直線 L 為 $3x + 4y - 12 = 0$。(a) 求斜率。(b) 求 x 軸截距與 y 軸截距。(c) 求原點到 L 的垂直距離。

7. 圓 C 的方程為 $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$。(a) 求圓心與半徑。(b) 證明點 (6, 0) 在 C 上。(c) 求圓與 x 軸相交所得弦的長度。

8. 方程 $x^2 - 8x + k = 0$。(a) 求 k 的範圍使方程有兩個相異實根。(b) 若兩根均為正數，求 k 的範圍。(c) 當 k = 12 時解該方程。

丙部：概率與統計（40 分）

每題 10 分，須作完整計算或解釋。

9. 袋中有 5 個紅球、3 個藍球、2 個綠球。隨機抽出兩個球（不放回）。(a) 求兩個皆為紅球的概率。(b) 求兩球同色的概率。(c) 求最少有一個紅球的概率。

10. 數據組為 2, 4, 6, 8, 10。(a) 求平均數、中位數與眾數。(b) 求全距。(c) 求方差與標準差。(d) 若每個數據加 5，平均數、方差與標準差如何變化？

11. 某考試成績呈正態分佈，平均數 60 分、標準差 10 分。(a) 寫出平均數加減一個及兩個標準差所覆蓋的百分比。(b) 估計高於 80 分的考生百分比。(c) 最高 16% 獲 A 級，估計 A 級的分數界線。

12. 從 6 名男生與 4 名女生中選 3 人組隊。(a) 求不同隊伍的數目。(b) 求最少有一位女生的隊伍數目。(c) 求隊伍恰好有兩位女生的概率。
