中五數學練習卷：概率、排列組合與統計

中五（S5）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部：簡短計算（25 分）

細閱各題，寫出計算步驟及答案。

1. 一個袋內有 5 個紅球和 3 個白球。隨機抽出兩個球（抽出後不放回），求兩個球都是紅球的概率，以最簡分數及三位小數表示。

答案：首個球為紅球的概率為 5/8；抽出紅球後袋內餘 4 紅 3 白，第二個球仍為紅球的概率為 4/7。故所求概率 = 5/8 × 4/7 = 20/56 = 5/14 ≈ 0.357。評分：首步 2 分、次步 2 分、化簡 2 分。

2. 同時擲兩粒均勻骰子，求點數之和為 8 的概率。

答案：點數和為 8 的組合有 (2,6)、(3,5)、(4,4)、(5,3)、(6,2) 共 5 個，樣本空間共 36 個，故概率 = 5/36 ≈ 0.1389。評分：列組合 3 分、樣本空間 2 分、答案 1 分。

3. 從 6 位同學中選出 3 位組成委員會。(a) 共有多少種選法？(b) 若其中一位同學甲必須入選，共有多少種選法？

答案：(a) C(6,3) = 20 種。(b) 甲已入選，只需由餘下 5 人中選 2 人，C(5,2) = 10 種。評分：(a) 4 分；(b) 3 分。

4. 某班共有 40 名學生，其中 22 名是男生、18 名是女生；戴眼鏡的學生共 20 名，其中 12 名是男生。若隨機選出一名戴眼鏡的學生，求該學生是男生的概率。

答案：戴眼鏡學生共 20 名，其中男生 12 名，故條件概率 = 12/20 = 0.6。評分：分子 3 分、分母 2 分、答案 1 分。

乙部：統計與期望值（30 分）

統計題須列出所用公式，答案按題目指定精度取捨。

5. 以下是 10 位學生某次測驗的分數：4, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10。求平均數、中位數、眾數及全距。

答案：平均數 = 80/10 = 8.0 分；中位數 = (8+9)/2 = 8.5 分；眾數 = 9 分（出現 3 次）；全距 = 10 − 4 = 6 分。評分：每項 2 分。

6. 某數據集為 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9。求其平均數及總體標準差（答案取三位有效數字）。

答案：平均數 = 40/8 = 5；離差平方和 = 9+1+1+1+0+0+4+16 = 32.0；方差 = 32.0/8 = 4；總體標準差 = 2.00。評分：平均數 2 分、離差平方和 3 分、方差 2 分、答案 1 分。

7. 某科測驗成績呈常態分佈，平均分為 65 分，標準差為 10 分。(a) 求一名學生成績為 80 分時的標準分（z 值）。(b) 利用常態分佈表估算成績高於 80 分的學生所佔百分率。

答案：(a) z = (80 − 65)/10 = 1.5。(b) 查表得 P(Z 小於 1.5) ≈ 0.9332，故成績高於 80 分的比例 ≈ 1 − 0.9332 = 0.0668，即約 6.7%。評分：(a) 4 分；(b) 4 分。

8. 某抽獎活動售出 1,000 張獎券，每張售價 5 元。1 張獎券可得 500 元，10 張獎券各得 50 元，其餘獎券沒有獎品。求每張獎券的期望獎金及期望淨收益。

答案：期望獎金 = (1×500 + 10×50)/1000 = 1,000/1,000 = 1 元；期望淨收益 = 1 − 5 = -4 元，即平均每張獎券虧損 4 元。評分：期望獎金 4 分、淨收益 3 分。

丙部：長題目（45 分）

長題目須以完整步驟或表格作答。

9. 某籃球員罰球命中率為 0.7，每次投籃互相獨立，他共投 10 次。(a) 求恰好命中 8 次的概率。(b) 求至少命中 9 次的概率。（答案取四位小數）

答案：(a) $C(10,8) \times 0.7^{8} \times 0.3^{2} = 45 \times 0.05764801 \times 0.09 \approx 0.2335$。(b) P(至少 9 次) = $C(10,9) \times 0.7^{9} \times 0.3 + 0.7^{10} \approx 0.1211 + 0.0282 = 0.1493$。評分：(a) 6 分；(b) 6 分。

10. 設事件 A 與 B 互相獨立，已知 P(A) = 0.5、P(B) = 0.4。(a) 求 $P(A \cap B)$。(b) 求 $P(A \cup B)$。(c) 求 $P(A \mid B)$。(d) 解釋為何 A 與 B 不可能同時互斥。

答案：(a) 因 A、B 獨立，$P(A \cap B) = 0.5 \times 0.4 = 0.2$。(b) $P(A \cup B) = 0.5 + 0.4 - 0.2 = 0.7$。(c) $P(A \mid B) = P(A \cap B)/P(B) = 0.2/0.4 = 0.5$，與 P(A) 相同，符合獨立定義。(d) 互斥要求 $P(A \cap B) = 0$，但獨立要求 $P(A \cap B) = 0.2$，兩者不能同時成立（除非其中一個事件概率為零）。評分：(a) 2 分；(b) 3 分；(c) 3 分；(d) 3 分。

11. 由 5 個不同字母 A、B、C、D、E 中選出 3 個排成一個字串，字母不可重複。(a) 共有多少個不同字串？(b) 其中以 A 開頭的有多少個？(c) 若只選 3 個字母組成組合，共有多少種？

答案：(a) P(5,3) = 5 × 4 × 3 = 60 個。(b) A 固定於首位，餘下 4 個字母中選 2 個排列，4 × 3 = 12 個。(c) C(5,3) = 10 種組合。評分：(a) 4 分；(b) 4 分；(c) 4 分。

12. 某校共有 1,200 名學生：中四 300 人、中五 420 人、中六 480 人。現以分層抽樣抽取 120 名學生。(a) 求各級應抽取的人數。(b) 說明分層抽樣在本例中比簡單隨機抽樣優勝的一項原因。

答案：(a) 抽樣比例 = 120/1200 = 0.1，故中四抽 30 人、中五抽 42 人、中六抽 48 人，合共 120 人。(b) 分層抽樣保證樣本的年級結構與全校一致，避免某級別被過度或過少代表，估計誤差較小。評分：(a) 6 分；(b) 4 分。

TutorZone 中五（S5）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。