中六數學練習卷：微分與積分入門

中六（S6）　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 12 題

甲部 導數、求導法則與切線法線（4 題，28 分）

回答下列各題，須列出解題步驟。

1. 設 $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$。(a) 用求導法則求 $f'(x)$。(b) 由此求 $f'(2)$。

2. 用基本原理（極限定義）求 $g(x) = x^2$ 在 $x = 3$ 的導數，並清楚列出步驟。

3. 求曲線 $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ 的駐點，並用二階導數判別各駐點的性質。

4. 求 $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ 的極大值與極小值，並指出對應的 x 值。

乙部 積分法、面積與運動學（4 題，32 分）

積分題須寫出原函數，並清楚標明上下限。

5. 求下列不定積分：(a) $\int (6x^2 - 4x + 3)\,dx$；(b) $\int (8x^{-3} + 5)\,dx$。

6. 計算定積分 $\int_{1}^{3} (x^2 + 2x)\,dx$，須列出原函數及代入步驟。

7. 求曲線 $y = 4x - x^2$ 與 x 軸所圍成的區域面積。

8. 某粒子沿直線運動，速度為 $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$（單位：m/s），$t \geqslant 0$。(a) 求 $t = 2$ 時粒子的加速度。(b) 求 $t = 0$ 至 $t = 4$ 之間粒子的位移。

丙部 最優化、相關速率與估算（4 題，40 分）

應用題須設未知數、寫出目標函數或關係，並標明單位。

9. 一塊長方形農地一邊靠牆，其餘三邊用 60 m 圍欄圍起。設垂直牆的兩邊各長 x m。(a) 以 x 表示面積 A。(b) 求 A 的最大值及對應的 x 值。

10. 曲線為 $y = x^2 - 3x + 4$，求在 $x = 2$ 處的切線方程與法線方程。

11. 一個球形氣球的體積以 30 cm³/s 的速率增加，體積 $V = \tfrac{4}{3}\pi r^3$。當半徑 $r = 5$ cm 時，求半徑增加的速率。

12. 某水缸的入水速率 $R(t)$ 每 2 分鐘量度一次：$t = 0、2、4、6、8$ 分鐘時分別為 4、7、9、8、5（單位：L/min）。(a) 用梯形法則估計首 8 分鐘的總入水量。(b) 說明此估計值可能偏高還是偏低，並解釋原因。

TutorZone 中六（S6）數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。