中三數學練習卷：多項式與恆等式、一元二次方程、函數圖像、三角形與四邊形、圓的性質、統計（100 分）

年級：中三　｜　科目：數學　｜　時限：60 分鐘　｜　總分：100 分　｜　題數：24　｜　答案版

甲部：多項式與恆等式（18 分）

全部題目須列出計算步驟；展開時須合併同類項，因式分解後如可再分解須分解至最簡。

#	題目	答案	分數
1	展開 $(2x - 3)(x + 5)$，並求當 $x = 2$ 時該式的值。	逐項相乘：$2x^2 + 10x - 3x - 15 = 2x^2 + 7x - 15$。代入 $x = 2$：$2(4) + 7(2) - 15 = 7$。	5
2	因式分解 (a) $x^2 - 7x + 12$，(b) $2x^2 - 5x - 3$。	(a) 需找兩數和為 7、積為 12，即 3 與 4，故 $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$。(b) $2x^2 - 5x - 3 = (2x + 1)(x - 3)$，展開核對得 $2x^2 - 6x + x - 3 = 2x^2 - 5x - 3$。	5
3	已知 $(x + a)^2 \equiv x^2 + 10x + b$，求 a 和 b 的值。	展開左邊得 $x^2 + 2ax + a^2$，與右邊比較係數：$2a = 10$，故 $a = 5$；$b = a^2 = 25$。	4
4	以長除法計算 $(2x^3 - 5x^2 - 4x + 3) \div (2x - 1)$，並由此求方程 $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0$ 的所有實根。	長除法得商 $x^2 - 2x - 3$，餘數 0。$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$，故 $(2x - 1)(x - 3)(x + 1) = 0$，三根為 $x = 1/2$、3、-1。	4

乙部：一元二次方程（17 分）

可用因式法、配方法或公式法；取近似值時保留兩位小數。

#	題目	答案	分數
5	解方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$。	$x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$，故 $x = 1$ 或 $x = 5$。（驗算：$1 + 5 = 6$，$1 \times 5 = 5$。）	5
6	用公式法解 $2x^2 + 3x - 4 = 0$，答案取兩位小數。	判別式 $\Delta = 3^2 - 4(2)(-4) = 41$。$x = (-3 \pm \sqrt{41}) / 4$，即 $x \approx 0.85$ 或 $x \approx -2.35$。	5
7	若方程 $kx^2 - 8x + 2 = 0$（$k \neq 0$）有等根，求 k 的值。	有等根即判別式為零：$64 - 4(k)(2) = 0$，$8k = 64$，故 $k = 8$。	4
8	求兩個連續正整數，其積為 156。	設較小者為 n，則 $n(n + 1) = 156$，即 $n^2 + n - 156 = 0$，因式分解得 $(n - 12)(n + 13) = 0$，取正值 $n = 12$，兩數為 12 和 13。	3

丙部：函數圖像（17 分）

配方時須寫出步驟；求交點須同時求 x 與 y 坐標。

#	題目	答案	分數
9	已知 $y = x^2 - 4x + 3$。(a) 以配方法求頂點及對稱軸；(b) 求圖像與兩軸的交點。	(a) $y = (x - 2)^2 - 1$，頂點為 $(2, -1)$，對稱軸 $x = 2$。(b) y 截距 $= 3$；令 $y = 0$ 得 $(x - 1)(x - 3) = 0$，x 截距為 1 和	5

		3。	
10	已知 $y = -2(x-1)^2 + 8$，求 (a) 最大值及此時的 x，(b) 圖像的 x 截距。	(a) 因 $(x-1)^2 \geq 0$ 而係數為負，最大值為 8，此時 $x = 1$。(b) 令 $y = 0$：$(x-1)^2 = 4$，$x - 1 = \pm 2$，故 $x = 3$ 或 -1。	4
11	求直線 $y = 3x - 2$ 與曲線 $y = x^2$ 的交點。	由 $x^2 = 3x - 2$ 得 $x^2 - 3x + 2 = 0$，即 $(x-1)(x-2) = 0$。$x = 1$ 時 $y = 1$；$x = 2$ 時 $y = 4$，交點為 $(1, 1)$ 與 $(2, 4)$。	4
12	描述由 $y = x^2$ 的圖像經何種變換可得 $y = (x+2)^2 - 5$ 的圖像，並寫出後者的最低點。	圖像向左平移 2 單位、向下平移 5 單位。最低點由 $(0, 0)$ 變為 $(-2, -5)$，最小值為 -5。	4

丁部：三角形與四邊形（16 分）

須寫出所用定理或公式；面積單位為 cm²。

#	題目	答案	分數
13	一個三角形的三邊長為 8 cm、15 cm、17 cm。(a) 證明它是直角三角形；(b) 求其面積和周界。	(a) $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$，由勾股定理的逆定理可知為直角三角形。(b) 兩直角邊為 8 cm 與 15 cm，面積 $= \tfrac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$ cm²，周界 $= 40$ cm。	5
14	等腰三角形的底邊長 12 cm，兩腰各長 10 cm。求它的高和面積。	高與底邊垂直並平分底邊，故高 $= \sqrt{(10^2 - 6^2)} = \sqrt{(100 - 36)} = 8$ cm。面積 $= \tfrac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$ cm²。	4
15	菱形的兩條對角線長 6 cm 和 8 cm。求 (a) 面積、(b) 邊長、(c) 周界。	(a) 面積 $= \tfrac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ cm²。(b) 對角線互相垂直平分，邊長 $= \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$ cm。(c) 周界 $= 4 \times 5 = 20$ cm。	4
16	求正十二邊形的內角和，以及每個內角的大小。	內角和 $= (12 - 2) \times 180° = 1800°$，每個內角 $= 1800° \div 12 = 150°$。	3

戊部：圓的性質（16 分）

須寫出所用的圓形性質；長度單位為 cm，角度單位為度。

#	題目	答案	分數
17	圓的半徑為 10 cm，一條弦長 16 cm。求圓心到該弦的距離。	由圓心向弦作垂線必平分弦，故半弦長 8 cm。距離 $= \sqrt{(10^2 - 8^2)} = \sqrt{(100 - 64)} = 6$ cm。	5
18	圓心角 $\angle AOB = 130°$，C 為優弧上一點。求 (a) $\angle ACB$，(b) 劣弧 AB 與 C 所在圓內接四邊形中對角的大小。	(a) 同弧上的圓周角為圓心角的一半：$130° \div 2 = 65°$。(b) 圓內接四邊形對角互補：$180° - 65° = 115°$。	4
19	P 為圓外一點，OP = 13 cm，圓的半徑為 5 cm，PT 為切線。求 PT 的長度。	切線垂直於半徑，故 $\angle OTP = 90°$。$PT = \sqrt{(13^2 - 5^2)} = \sqrt{(169 - 25)} = 12$ cm。	4
20	圓內接四邊形 ABCD 中，$\angle A = 3x$，$\angle C = 2x + 30°$。求 x 及這兩個角的大小。	圓內接四邊形對角互補：$3x + (2x + 30) = 180$，$5x = 150$，故 $x = 30$。$\angle A = 90°$，$\angle C = 90°$。	3

己部：統計（16 分）

平均數及標準差如非整數，保留兩位小數。

#	題目	答案	分數
21	某組數據為 12、14、14、15、18、19、21、27。求平均數、中位數、眾數及全距。	平均數 = 140 ÷ 8 = 17.5；8 個數據的中位數為第 4、5 個的平均，即 (15 + 18) ÷ 2 = 16.5；眾數 = 14；全距 = 27 − 12 = 15。	5
22	求數據 2、4、6、8、10 的平均數及標準差。	平均數 = 30 ÷ 5 = 6。離差平方和 = 16 + 4 + 0 + 4 + 16 = 40，方差 = 40 ÷ 5 = 8，標準差 = $\sqrt{8} \approx 2.83$。	4
23	袋中有 5 個紅球、3 個藍球和 2 個綠球，隨機抽出一個。求 (a) 抽到紅球的概率，(b) 抽到的不是藍球的概率。	球總數 = 5 + 3 + 2 = 10。(a) P(紅) = 5/10 = 0.5。(b) P(非藍) = 1 − 3/10 = 0.7。	4
24	5 個數的平均數為 12。加入一個數 18 後，求新的平均數。	原總和 = 5 × 12 = 60。新平均數 = (60 + 18) ÷ 6 = 13.0。	3