中六数学延伸单元二

中六　数学延伸单元二　｜　时限：75 分钟　｜　总分：100 分　｜　共 24 题

A 部分：数学归纳法与二项式定理（12 分）

须列出计算步骤，系数答案须化至最简。

1. 求 (1 + 2x)^5 展开式中 x^3 的系数。

2. 求 (x - 3/x)^6 展开式中的常数项。

3. 用数学归纳法证明：对所有正整数 n，1 + 3 + 5 + ⋯ + (2n - 1) = n^2。

4. 求 (2 + x)^7 展开式中 x^2 的系数。

B 部分：三角恒等式与三角方程（16 分）

除特别指明外，答案须准确至三位有效数字或保留根式。

5. 已知 A、B 均为锐角，sin A = 3/5，cos B = 5/13。求 sin(A + B) 及 cos(A + B) 的精确值。

6. 解方程 2sin^2 x - sin x - 1 = 0，其中 0° ⩽ x ⩽ 360°。

7. 求 3sin x + 4cos x 的最大值，并求此时 tan x 的值。

8. 已知 cos A = 0.6，求 cos 2A 的值。

C 部分：极限与微分及其应用（20 分）

须列出求导或求极限的步骤。

9. 求 lim(x→0) sin 3x / (5x)。

10. 设 y = x^2 e^(3x)，求 dy/dx，并求 x = 1 时 dy/dx 的值（准确至三位有效数字）。

11. 求曲线 y = x^3 - 3x^2 + 2 的极大点与极小点。

12. 求曲线 y = x ln x 在 x = e 处的切线方程。

D 部分：积分与面积、体积（20 分）

定积分须写出原函数（不定积分）的步骤。

13. 求 ∫(由 0 到 1)(3x^2 + 2x) dx。

14. 求 ∫(由 0 到 1) x e^x dx。

15. 求由曲线 y = x^2 与 y = 2x - x^2 所围区域的面积。

16. 曲线 $y = x^2$ 由 $x = 0$ 至 $x = 1$ 绕 x 轴旋转一周，求所生成旋转体的体积。

E 部分：向量（16 分）

设 $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$，$\mathbf{b} = (1, 4, -2)$。

17. 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$。

18. 求 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 之间的夹角（准确至三位有效数字）。

19. 求 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 及其模（模准确至三位有效数字）。

20. 求 $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$，并求该向量与 $\mathbf{b}$ 的纯量积。

F 部分：矩阵与线性变换（16 分）

设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$。

21. 求 $\det A$ 及 A 的逆矩阵。

22. 求 AB，并由此求 $\det(AB)$。

23. 用逆矩阵解方程组 $2x + y = 8$，$3x + 4y = 27$。

24. 线性变换 T 由矩阵 $M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 表示。描述 T 的几何效果，并求面积的放大率。

TutorZone 中六数学延伸单元二练习卷｜题目与文章为原创，并非任何学校或出版社的教材。