中六數學延伸單元二

中六　數學延伸單元二　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

A 部分：數學歸納法與二項式定理（12 分）

須列出計算步驟，係數答案須化至最簡。

1. 求 (1 + 2x)^5 展開式中 x^3 的係數。

2. 求 (x - 3/x)^6 展開式中的常數項。

3. 用數學歸納法證明：對所有正整數 n，1 + 3 + 5 + ⋯ + (2n - 1) = n^2。

4. 求 (2 + x)^7 展開式中 x^2 的係數。

B 部分：三角恆等式與三角方程（16 分）

除特別指明外，答案須準確至三位有效數字或保留根式。

5. 已知 A、B 均為銳角，sin A = 3/5，cos B = 5/13。求 sin(A + B) 及 cos(A + B) 的精確值。

6. 解方程 2sin^2 x - sin x - 1 = 0，其中 0° ⩽ x ⩽ 360°。

7. 求 3sin x + 4cos x 的最大值，並求此時 tan x 的值。

8. 已知 cos A = 0.6，求 cos 2A 的值。

C 部分：極限與微分及其應用（20 分）

須列出求導或求極限的步驟。

9. 求 lim(x→0) sin 3x / (5x)。

10. 設 y = x^2 e^(3x)，求 dy/dx，並求 x = 1 時 dy/dx 的值（準確至三位有效數字）。

11. 求曲線 y = x^3 - 3x^2 + 2 的極大點與極小點。

12. 求曲線 y = x ln x 在 x = e 處的切線方程。

D 部分：積分與面積、體積（20 分）

定積分須寫出原函數（不定積分）的步驟。

13. 求 ∫(由 0 到 1)(3x^2 + 2x) dx。

14. 求 ∫(由 0 到 1) x e^x dx。

15. 求由曲線 y = x^2 與 y = 2x - x^2 所圍區域的面積。

16. 曲線 y = x^2 由 x = 0 至 x = 1 繞 x 軸旋轉一周，求所生成旋轉體的體積。

E 部分：向量（16 分）

設 a = (2, -1, 3)，b = (1, 4, -2)。

17. 求 a · b。

18. 求 a 與 b 之間的夾角（準確至三位有效數字）。

19. 求 a × b 及其模（模準確至三位有效數字）。

20. 求 a + 2b，並求該向量與 b 的純量積。

F 部分：矩陣與線性變換（16 分）

設 A = [[2, 1], [3, 4]]，B = [[1, 2], [0, 3]]。

21. 求 det A 及 A 的逆矩陣。

22. 求 AB，並由此求 det(AB)。

23. 用逆矩陣解方程組 2x + y = 8，3x + 4y = 27。

24. 線性變換 T 由矩陣 M = [[0, -1], [1, 0]] 表示。描述 T 的幾何效果，並求面積的放大率。

TutorZone 中六數學延伸單元二練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。