中六数学（必修）练习卷：余式与因式定理、分式方程与绝对值不等式、线性规划、圆方程与切线、轨迹、等差等比与对数增长、排列组合与条件概率、二项分布、正态分布与回归（100 分）

年级：中六 ｜ 科目：数学（必修） ｜ 时限：75 分钟 ｜ 总分：100 分 ｜ 题数：24 ｜ 题目版

甲部　余式与因式定理

回答下列各题，须列出计算步骤；未列步骤者不给步骤分。

#	题目	分数
1	设 $P(x)=2x^3-3x^2+ax+5$，且 $P(2)=7$。（a）求 a 的值。（b）由此求 $P(-1)$。	4
2	已知 $P(x)=x^3-4x^2+x+6$。（a）证明 $x-3$ 是 $P(x)$ 的因式。（b）由此把 $P(x)$ 完全分解。	4
3	把 $2x^3+x^2-5x+2$ 除以 $x+2$，写出商式及余数。	4
4	设 k 为常数，且 $x+1$ 是 $2x^3+kx^2-3x+2$ 的因式。求 k，并由此解方程 $2x^3+kx^2-3x+2=0$。	4

乙部　方程、不等式与线性规划

回答下列各题，须列出计算步骤；未列步骤者不给步骤分。

#	题目	分数
5	在约束 $x+2y\le 8$、$2x+y\le 10$、$x\ge 0$、$y\ge 0$ 下，求 $P=3x+2y$ 的最大值及对应的 (x,y)。	4
6	解方程 $\dfrac{4}{x+1}=x-2$。	4
7	解不等式 $\lvert 2x-5\rvert<7$，并写出所有整数解。	4
8	解联立方程 $y=x+1$ 及 $x^2+y^2=25$。	4

丙部　圆方程、切线与轨迹

回答下列各题，须列出计算步骤；未列步骤者不给步骤分。

#	题目	分数
9	求圆 $x^2+y^2-6x+8y-11=0$ 的圆心及半径。	4
10	求圆 $x^2+y^2=25$ 在点 $(3,4)$ 的切线方程。	4
11	直线 $y=x+1$ 与圆 $x^2+y^2=25$ 相交于 A、B 两点。（a）求 A、B 坐标。（b）求 AB 的长度。	4
12	求与 $A(0,0)$ 及 $B(6,0)$ 两点等距的点的轨迹方程，并描述该轨迹。	4

丁部　数列、对数与增长

回答下列各题，须列出计算步骤；未列步骤者不给步骤分。

#	题目	分数

13	等比数列首项为 3，公比为 2。（a）求第 8 项。（b）求首 8 项之和。	4
14	等差数列首项为 5，公差为 7。（a）求第 20 项。（b）求首 20 项之和。	4
15	（a）求 $\log_2 32$。（b）求 $\log_3 (1/27)$。（c）解方程 3^(2x − 1) = 81。	4
16	某城市人口为 500,000 人，每年增长 2.5%。（a）求 5 年后的人口（取整数）。（b）求人口倍增所需年数（取 2 位小数）。	4

戊部　排列组合与概率

回答下列各题，须列出计算步骤；未列步骤者不给步骤分。

#	题目	分数
17	从 8 人中选 3 人组成委员会。（a）共有多少种选法？（b）若其中 1 人必须在委员会内，有多少种选法？（c）5 人排成一列，其中 2 名指定人必须相邻，有多少种排法？	5
18	袋中有 5 个红球和 3 个蓝球。随机抽出 2 个球（不放回）。（a）求两个都是红球的概率。（b）求至少有 1 个蓝球的概率。	5
19	已知 P(A) = 0.5、P(B) = 0.4、P(A ∩ B) = 0.2。（a）求 P(A ∣ B)。（b）判断 A 与 B 是否独立，并说明理由。	4
20	设 X ~ B(10, 0.3)。（a）求 P(X = 3)（取 4 位小数）。（b）求 E(X) 及标准差（取 4 位小数）。	4

己部　正态分布与统计

回答下列各题，须列出计算步骤；未列步骤者不给步骤分。

#	题目	分数
21	某考试成绩呈正态分布，平均值 60 分，标准差 8 分。（a）求 72 分及 52 分的标准分。（b）已知 P(Z < 1.5) = 0.9332，求成绩高于 72 分的百分比。	5
22	数据：4, 6, 6, 8, 11。求（a）平均值、（b）方差、（c）标准差（取 5 位小数）。	5
23	数据：12, 15, 15, 18, 20, 22。求（a）平均值、（b）中位数、（c）众数、（d）全距。	4
24	一组 5 对数据得 $\Sigma x = 30$、$\Sigma y = 50$、$\Sigma xy = 340$、$\Sigma x^2 = 220$、$\Sigma y^2 = 560$。（a）求 y 对 x 的回归直线方程。（b）由此估计 x = 10 时 y 的值。	4