中六數學（必修）練習卷：餘式與因式定理、分式方程與絕對值不等式、線性規劃、圓方程與切線、軌跡、等差等比與對數增長、排列組合與條件概率、二項分佈、正態分佈與回歸（100 分）

年級：中六　｜　科目：數學（必修）　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　題數：24　｜　題目版

甲部　餘式與因式定理

回答下列各題，須列出計算步驟；未列步驟者不給步驟分。

#	題目	分數
1	設 $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + ax + 5$，且 $P(2) = 7$。（a）求 a 的值。（b）由此求 $P(-1)$。	4
2	已知 $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$。（a）證明 $x - 3$ 是 $P(x)$ 的因式。（b）由此把 $P(x)$ 完全分解。	4
3	把 $2x^3 + x^2 - 5x + 2$ 除以 $x + 2$，寫出商式及餘數。	4
4	設 k 為常數，且 $x + 1$ 是 $2x^3 + kx^2 - 3x + 2$ 的因式。求 k，並由此解方程 $2x^3 + kx^2 - 3x + 2 = 0$。	4

乙部　方程、不等式與線性規劃

回答下列各題，須列出計算步驟；未列步驟者不給步驟分。

#	題目	分數
5	在約束 $x + 2y \le 8$、$2x + y \le 10$、$x \ge 0$、$y \ge 0$ 下，求 $P = 3x + 2y$ 的最大值及對應的 (x, y)。	4
6	解方程 $\dfrac{4}{x + 1} = x - 2$。	4
7	解不等式 $\lvert 2x - 5 \rvert < 7$，並寫出所有整數解。	4
8	解聯立方程 $y = x + 1$ 及 $x^2 + y^2 = 25$。	4

丙部　圓方程、切線與軌跡

回答下列各題，須列出計算步驟；未列步驟者不給步驟分。

#	題目	分數
9	求圓 $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$ 的圓心及半徑。	4
10	求圓 $x^2 + y^2 = 25$ 在點 $(3, 4)$ 的切線方程。	4
11	直線 $y = x + 1$ 與圓 $x^2 + y^2 = 25$ 相交於 A、B 兩點。（a）求 A、B 坐標。（b）求 AB 的長度。	4
12	求與 $A(0, 0)$ 及 $B(6, 0)$ 兩點等距的點的軌跡方程，並描述該軌跡。	4

丁部　數列、對數與增長

回答下列各題，須列出計算步驟；未列步驟者不給步驟分。

#	題目	分數

13	等比數列首項為 3，公比為 2。（a）求第 8 項。（b）求首 8 項之和。	4
14	等差數列首項為 5，公差為 7。（a）求第 20 項。（b）求首 20 項之和。	4
15	（a）求 $\log_2 32$。（b）求 $\log_3 (1/27)$。（c）解方程 $3^{(2x-1)} = 81$。	4
16	某城市人口為 500,000 人，每年增長 2.5%。（a）求 5 年後的人口（取整數）。（b）求人口倍增所需年數（取 2 位小數）。	4

戊部　排列組合與概率

回答下列各題，須列出計算步驟；未列步驟者不給步驟分。

#	題目	分數
17	從 8 人中選 3 人組成委員會。（a）共有多少種選法？（b）若其中 1 人必須在委員會內，有多少種選法？（c）5 人排成一列，其中 2 名指定人必須相鄰，有多少種排法？	5
18	袋中有 5 個紅球和 3 個藍球。隨機抽出 2 個球（不放回）。（a）求兩個都是紅球的概率。（b）求至少有 1 個藍球的概率。	5
19	已知 $P(A) = 0.5$、$P(B) = 0.4$、$P(A \cap B) = 0.2$。（a）求 $P(A \mid B)$。（b）判斷 A 與 B 是否獨立，並說明理由。	4
20	設 $X \sim B(10, 0.3)$。（a）求 $P(X = 3)$（取 4 位小數）。（b）求 $E(X)$ 及標準差（取 4 位小數）。	4

己部　正態分佈與統計

回答下列各題，須列出計算步驟；未列步驟者不給步驟分。

#	題目	分數
21	某考試成績呈正態分佈，平均值 60 分，標準差 8 分。（a）求 72 分及 52 分的標準分。（b）已知 $P(Z < 1.5) = 0.9332$，求成績高於 72 分的百分比。	5
22	數據：4, 6, 6, 8, 11。求（a）平均值、（b）方差、（c）標準差（取 5 位小數）。	5
23	數據：12, 15, 15, 18, 20, 22。求（a）平均值、（b）中位數、（c）眾數、（d）全距。	4
24	一組 5 對數據得 $\Sigma x = 30$、$\Sigma y = 50$、$\Sigma xy = 340$、$\Sigma x^2 = 220$、$\Sigma y^2 = 560$。（a）求 y 對 x 的回歸直線方程。（b）由此估計 $x = 10$ 時 y 的值。	4