中五数学延伸单元一（M1）练习卷：二项式定理与数列、指数与对数、极限与求导、微分应用、积分与面积、梯形法则、二项与正态分布（100 分）

年级：中五　|　科目：数学延伸单元一（M1）　|　时限：75 分钟　|　总分：100 分　|　题数：24　|　题目版

甲部　二项式定理与数列（18 分）

回答下列各题，须列出计算步骤。

#	题目	分数
1	展开 $(1 + 2x)^5$ ，求 (a) 展开式中 x^3 的系数；(b) 展开式各项系数之和；(c) 常数项。	5
2	在 $(2 + x/2)^8$ 的展开式中，求 (a) x^5 的系数；(b) 展开式共有多少项。	5
3	某等差数列首项为 7，公差为 5。求 (a) 使第 n 项等于 122 的 n；(b) 该数列首 24 项之和。	4
4	某等比数列首项为 5，公比为 1/3。求 (a) 无限项之和；(b) 第 6 项（准至 4 位小数）。	4

乙部　指数、对数与指数增长（16 分）

回答下列各题，须列出计算步骤。

#	题目	分数
5	解方程 3^(2x − 1) = 27^(x + 1)。	4
6	求 (a) $\log_2 48 - \log_2 3$ 的值；(b) 若 log_a 9 = 2，求 a。	4
7	某培养皿内细菌每 4 小时增加一倍，开始时有 500 个。求 (a) 24 小时后的数目；(b) 数目首次达到 16 000 所需的时间。	4
8	某放射性物质半衰期为 12 年，现有样本 80 g。求 (a) 36 年后的质量；(b) 质量 m 与时间 t（年）的关系。	4

丙部　极限与求导法（18 分）

回答下列各题，须列出计算步骤。

#	题目	分数
9	已知 $y = 3x^4 - 2x^3 + 5x - 7$。求 (a) dy/dx；(b) 曲线在 $x = 2$ 处的切线斜率。	5
10	已知 $f(x) = (x^2 + 1)(3x - 2)$。求 (a) $f'(x)$；(b) $f'(1)$。	5
11	求下列极限：(a) $\lim_{x\to 3} (x^2 - 9)/(x - 3)$；(b) $\lim_{x\to 0} \sin 5x / x$。	4
12	求下列极限：(a) $\lim_{x\to\infty} (4x^2 + 3x - 1)/(2x^2 - x + 5)$；(b) $\lim_{x\to 2} (x^3 - 8)/(x - 2)$。	4

丁部　微分应用（16 分）

回答下列各题，须列出计算步骤。

#	题目	分数
13	已知曲线 $y = x^3 - 2x$。求 (a) 曲线在 $x = 1$ 处的切线方程；(b) 该切线的 y 轴截距。	4
14	已知 $y = x^3 - 3x^2 + 4$。求 (a) 所有驻点的 x 值；(b) 各驻点的性质与对应的 y 值。	4
15	一个圆球的半径以 0.5 cm/s 增加。当半径为 6 cm 时，求体积的增加率（取 $\pi = 3.14$，准至 1 位小数）。	4
16	一块长方形胶片的周界为 40 cm。求它能围成的最大面积。	4

戊部　积分、面积与梯形法则（16 分）

回答下列各题，须列出计算步骤。

#	题目	分数
17	计算 $\int_{1}^{2} (6x^2 - 4x + 3)\,dx$。	4
18	求曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = 4$ 所围成的区域面积。	4
19	已知 $f(x) = x^2$，取 $x = 1, 2, 3, 4$ 四点。求 (a) 用梯形法则估算 $\int_{1}^{4} f(x)\,dx$；(b) 与真值比较的绝对误差。	4
20	计算 (a) $\int_{0}^{2} (3x^2 + 2x)\,dx$；(b) $\int_{1}^{4} \sqrt{x}\,dx$（准至 3 位有效数字）。	4

己部　概率与统计应用（16 分）

回答下列各题，须列出计算步骤。

#	题目	分数
21	设 X 服从二项分布 $B(10, 0.3)$。求 (a) 期望值与方差；(b) $P(X = 3)$（准至 3 位小数）。	4
22	某考试成绩呈正态分布，平均值 60 分，标准差 8 分。已知 $P(Z < 1) = 0.8413$、$P(Z < 2) = 0.9772$，求 (a) $P(X < 68)$；(b) 使 $P(X < k) = 0.9772$ 的 k。	4
23	已知 $P(A) = 0.6$、$P(B \mid A) = 0.5$、$P(B \mid A') = 0.25$。求 (a) $P(B)$；(b) $P(A \mid B)$。	4
24	某服务台每小时平均接到 2 个电话，并服从泊松分布。取 $e^{-2} = 0.1353$，求 (a) 一小时内没有电话的几率；(b) 一小时内最多 1 个电话的几率（准至 4 位小数）。	4