# 中五數學延伸單元一（M1）練習卷：二項式定理與數列、指數與對數、極限與求導、微分應用、積分與面積、梯形法則、二項與正態分佈（100 分）

年級：中五　｜　科目：數學延伸單元一（M1）　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　題數：24　｜　題目版

## 甲部　二項式定理與數列（18 分）

**回答下列各題，須列出計算步驟。**

| # | 題目 | 分數 |
|---|---|---|
| 1 | 展開 $(1 + 2x)^5$，求 (a) 展開式中 $x^3$ 的係數；(b) 展開式各項係數之和；(c) 常數項。 | 5 |
| 2 | 在 $(2 + x/2)^8$ 的展開式中，求 (a) $x^5$ 的係數；(b) 展開式共有多少項。 | 5 |
| 3 | 某等差數列首項為 7，公差為 5。求 (a) 使第 n 項等於 122 的 n；(b) 該數列首 24 項之和。 | 4 |
| 4 | 某等比數列首項為 5，公比為 1/3。求 (a) 無限項之和；(b) 第 6 項（準至 4 位小數）。 | 4 |

## 乙部　指數、對數與指數增長（16 分）

**回答下列各題，須列出計算步驟。**

| # | 題目 | 分數 |
|---|---|---|
| 5 | 解方程 3^(2x − 1) = 27^(x + 1)。 | 4 |
| 6 | 求 (a) $\log_2 48 - \log_2 3$ 的值；(b) 若 log_a 9 = 2，求 a。 | 4 |
| 7 | 某培養皿內細菌每 4 小時增加一倍，開始時有 500 個。求 (a) 24 小時後的數目；(b) 數目首次達到 16 000 所需的時間。 | 4 |
| 8 | 某放射性物質半衰期為 12 年，現有樣本 80 g。求 (a) 36 年後的質量；(b) 質量 m 與時間 t（年）的關係。 | 4 |

## 丙部　極限與求導法（18 分）

**回答下列各題，須列出計算步驟。**

| # | 題目 | 分數 |
|---|---|---|
| 9 | 已知 $y = 3x^4 - 2x^3 + 5x - 7$。求 (a) dy/dx；(b) 曲線在 x = 2 處的切線斜率。 | 5 |
| 10 | 已知 $f(x) = (x^2 + 1)(3x - 2)$。求 (a) f′(x)；(b) f′(1)。 | 5 |
| 11 | 求下列極限：(a) $\lim_{x\to 3} (x^2 - 9)/(x - 3)$；(b) $\lim_{x\to 0} \sin 5x / x$。 | 4 |
| 12 | 求下列極限：(a) $\lim_{x\to\infty} (4x^2 + 3x - 1)/(2x^2 - x + 5)$；(b) $\lim_{x\to 2} (x^3 - 8)/(x - 2)$。 | 4 |

## 丁部　微分應用（16 分）

**回答下列各題，須列出計算步驟。**

| # | 題目 | 分數 |
|---|---|---|
| 13 | 已知曲線 $y = x^3 - 2x$。求 (a) 曲線在 $x = 1$ 處的切線方程；(b) 該切線的 y 軸截距。 | 4 |
| 14 | 已知 $y = x^3 - 3x^2 + 4$。求 (a) 所有駐點的 x 值；(b) 各駐點的性質與對應的 y 值。 | 4 |
| 15 | 一個圓球的半徑以 0.5 cm/s 增加。當半徑為 6 cm 時，求體積的增加率（取 $\pi = 3.14$，準至 1 位小數）。 | 4 |
| 16 | 一塊長方形膠片的周界為 40 cm。求它能圍成的最大面積。 | 4 |

## 戊部　積分、面積與梯形法則（16 分）

**回答下列各題，須列出計算步驟。**

| # | 題目 | 分數 |
|---|---|---|
| 17 | 計算 $\int_{1}^{2} (6x^2 - 4x + 3)\,dx$。 | 4 |
| 18 | 求曲線 $y = x^2$ 與直線 $y = 4$ 所圍成的區域面積。 | 4 |
| 19 | 已知 $f(x) = x^2$，取 $x = 1, 2, 3, 4$ 四點。求 (a) 用梯形法則估算 $\int_{1}^{4} f(x)\,dx$；(b) 與真值比較的絕對誤差。 | 4 |
| 20 | 計算 (a) $\int_0^2 (3x^2 + 2x)\,dx$；(b) $\int_{1}^{4} \sqrt{x}\,dx$（準至 3 位有效數字）。 | 4 |

## 己部　概率與統計應用（16 分）

**回答下列各題，須列出計算步驟。**

| # | 題目 | 分數 |
|---|---|---|
| 21 | 設 X 服從二項分佈 $B(10, 0.3)$。求 (a) 期望值與方差；(b) $P(X = 3)$（準至 3 位小數）。 | 4 |
| 22 | 某考試成績呈正態分佈，平均值 60 分，標準差 8 分。已知 $P(Z < 1) = 0.8413$、$P(Z < 2) = 0.9772$，求 (a) $P(X < 68)$；(b) 使 $P(X < k) = 0.9772$ 的 k。 | 4 |
| 23 | 已知 $P(A) = 0.6$、$P(B \mid A) = 0.5$、$P(B \mid A') = 0.25$。求 (a) $P(B)$；(b) $P(A \mid B)$。 | 4 |
| 24 | 某服務台每小時平均接到 2 個電話，並服從泊松分佈。取 $e^{-2} = 0.1353$，求 (a) 一小時內沒有電話的機率；(b) 一小時內最多 1 個電話的機率（準至 4 位小數）。 | 4 |