中四数学延伸部分单元二

中四　数学延伸部分单元二（M2）　|　时限：75 分钟　|　总分：100 分　|　共 24 题

甲部：数学归纳法与二项式定理

第 1 题（16 分）

1. 用数学归纳法证明：对所有正整数 n，$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$。

2. 利用上题公式，求 $10^2 + 11^2 + \cdots + 15^2$ 的值。

3. 求 $(2x - 3/x)^6$ 展开式中的常数项。

4. 求 $(2x - 3/x)^6$ 展开式中 x^4 的系数。

乙部：三角学

第 2 题（16 分）

5. 不使用计算机，求 $\sin 15^\circ$ 的精确值。

6. 已知 A 与 B 均为锐角，且 $\sin A = 3/5$、$\cos B = 5/13$。求 $\sin(A + B)$。

7. 解方程 $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$，其中 $0^\circ \leqslant x \leqslant 360^\circ$。

8. 证明恒等式 $(1 - \cos 2\theta) / \sin 2\theta = \tan \theta$。

丙部：极限与微分

第 3 题（16 分）

9. 求 $\lim_{x \to 3} (x^2 - 9)/(x - 3)$。

10. 设 $y = (3x^2 + 1)^4$。求当 $x = 1$ 时 dy/dx 的值。

11. 求曲线 $y = x^3 - 3x$ 在 $x = 2$ 处的切线方程。

12. 求 $\lim_{x \to 0} (1 - \cos x)/x^2$。

丁部：积分

第 4 题（16 分）

13. 求 $\int_0^3 (2x + 1)\,dx$。

14. 求由直线 $y = 2x$ 与曲线 $y = x^2$ 所围成区域的面积。

15. 求 $\int_0^1 2x/(x^2 + 1)\,dx$。

16. 曲线 $y = x^2$（$0 \leqslant x \leqslant 2$）绕 x 轴旋转一周。求所成旋转体的体积。

戊部：矩阵与线性变换

第 5 题（16 分）

17. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$。求 $\det A$ 及 A^{-1}。

18. 解联立方程 $3x + y = 7$ 及 $2x + 4y = 18$。

19. 写出逆时针旋转 90° 的变换矩阵，并求点 $(3, -2)$ 在该变换下的像。

20. 设 $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$。求 $\det B$ 及 $\det(AB)$，其中 A 为上题的矩阵。

己部：向量

第 6 题（20 分）

21. 设 $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$、$\mathbf{b} = (1, 4, -2)$。求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 及 $|\mathbf{a}|$（准确至 3 位小数）。

22. 求 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角，准确至 0.1°。

23. 求 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$，并求以 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 为邻边的平行四边形面积。

24. 求 $\mathbf{b}$ 在 $\mathbf{a}$ 上的投影向量。

TutorZone 中四数学延伸部分单元二（M2）练习卷｜题目与文章为原创，并非任何学校或出版社的教材。