中四數學延伸部分單元二

中四　數學延伸部分單元二（M2）　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

甲部：數學歸納法與二項式定理

第 1 題（16 分）

1. 用數學歸納法證明：對所有正整數 n，$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$。

2. 利用上題公式，求 $10^2 + 11^2 + \cdots + 15^2$ 的值。

3. 求 $(2x - 3/x)^6$　展開式中的常數項。

4. 求 $(2x - 3/x)^6$　展開式中 x^4　的係數。

乙部：三角學

第 2 題（16 分）

5. 不使用計算機，求 $\sin 15°$　的精確值。

6. 已知 A 與 B 均為銳角，且 $\sin A = 3/5$、$\cos B = 5/13$。求 $\sin(A + B)$。

7. 解方程 $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$，其中 $0° \leqslant x \leqslant 360°$。

8. 證明恒等式 $(1 - \cos 2\theta) / \sin 2\theta = \tan \theta$。

丙部：極限與微分

第 3 題（16 分）

9. 求 $\lim_{x \to 3} (x^2 - 9)/(x - 3)$。

10. 設 $y = (3x^2 + 1)^4$。求當 $x = 1$ 時 dy/dx 的值。

11. 求曲線 $y = x^3 - 3x$ 在 $x = 2$ 處的切線方程。

12. 求 $\lim_{x \to 0} (1 - \cos x)/x^2$。

丁部：積分

第 4 題（16 分）

13. 求 $\int_0^3 (2x + 1)\,dx$。

14. 求由直線 $y = 2x$ 與曲線 $y = x^2$ 所圍成區域的面積。

15. 求 $\int_0^1 2x/(x^2 + 1)\,dx$。

16. 曲線 $y = x^2$（$0 \leqslant x \leqslant 2$）繞 x 軸旋轉一週。求所成旋轉體的體積。

戊部：矩陣與線性變換

第 5 題（16 分）

17. 設 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$。求 $\det A$ 及 A^{-1}。

18. 解聯立方程 $3x + y = 7$ 及 $2x + 4y = 18$。

19. 寫出逆時針旋轉 $90°$ 的變換矩陣，並求點 $(3, -2)$ 在該變換下的像。

20. 設 $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$。求 $\det B$ 及 $\det(AB)$，其中 A 為上題的矩陣。

己部：向量

第 6 題（20 分）

21. 設 $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$、$\mathbf{b} = (1, 4, -2)$。求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 及 $|\mathbf{a}|$（準確至 3 位小數）。

22. 求 $\mathbf{a}$ 與 $\mathbf{b}$ 的夾角，準確至 $0.1°$。

23. 求 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$，並求以 $\mathbf{a}$ 與 $\mathbf{b}$ 為鄰邊的平行四邊形面積。

24. 求 $\mathbf{b}$ 在 $\mathbf{a}$ 上的投影向量。

TutorZone 中四數學延伸部分單元二（M2）練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。