中四數學練習卷（第二份）：二次函數配方法與判別式、指數與對數應用、三角比與立體測量、圓的方程與弦長、概率與期望值、平均數與標準差

年級：中四　｜　科目：數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　題數：24

第 1 題　二次函數與判別式

本題所有答案須列出計算步驟。

1. 設 $f(x) = -2x^2 + 12x - 7$。用配方法求頂點坐標及 $f(x)$ 的最大值。（4 分）

答案： $f(x) = -2(x^2 - 6x) - 7 = -2[(x-3)^2 - 9] - 7 = -2(x-3)^2 + 11$，頂點 $(3, 11)$，最大值 11。

2. 解 $f(x) = 0$，答案以根式表示，並指出根的性質。（4 分）

答案： $2x^2 - 12x + 7 = 0$，判別式 $= 144 - 56 = 88 > 0$，兩相異實根；$x = (6 \pm \sqrt{22}) / 2 = 3 \pm \sqrt{22}/2 \approx 5.35$ 或 0.65。

3. 設 $g(x) = 2x^2 - 12x + k$。若 $g(x) = 0$ 有兩個相異實根，求 k 的範圍。（5 分）

答案： 判別式 $= 144 - 8k > 0$，故 $k < 18$。

4. 一球被拋出，其高度 $h = -5t^2 + 20t + 1.5$（米，t 秒）。求最高點高度及球落地的時間（3 位小數）。（5 分）

答案： $h = -5(t-2)^2 + 21.5$，最高 21.5 米（$t = 2$ 秒）；落地 $5t^2 - 20t - 1.5 = 0$，$t = (20 + \sqrt{430})/10 \approx 4.074$ 秒。

第 2 題　指數與對數

除特別指明外，答案須準確至 3 位有效數字。

5. 解 $3^{(2x-1)} = 27^{(x-2)}$。（3 分）

答案： $27^{(x-2)} = 3^{(3x-6)}$，故 $2x - 1 = 3x - 6$，$x = 5$。

6. 化簡 $\log_2 48 - \log_2 3 + \log_2 (1/2)$，並求其值。（4 分）

答案： $= \log_2 (48 \div 3 \times 1/2) = \log_2 8 = 3$。

7. 某放射性物質的質量 $M = 80(0.5)^{(t/12)}$ 克（t 小時）。求 $M = 10$ 克時 t 的值。（5 分）

答案： $(0.5)^{(t/12)} = 1/8 = (0.5)^3$，故 $t/12 = 3$，$t = 36$ 小時。

8. \$5000 以年利率 4% 存入銀行，每季複利一次。求最少多少年後本利和超過 \$8000。（4 分）

答案： $5000(1.01)^{(4n)} > 8000$，即 $(1.01)^{(4n)} > 1.6$，$4n > 47.24$，$n > 11.81$，故最少 12 年。

第 3 題　三角學與立體測量

本題各項答案須連單位。

9. 在三角形 ABC 中，AB = 8 cm，AC = 11 cm，∠A = 55°。求 BC 的長度。（4 分）

答案： $BC^2 = 64 + 121 - 2(8)(11)\cos 55^\circ = 185 - 100.95 = 84.05$，$BC \approx 9.17$ cm。

10. 求三角形 ABC 的面積。（4 分）

答案： 面積 $= \tfrac{1}{2}(8)(11)\sin 55^\circ \approx 36.0$ cm²。

11. 一座垂直塔在水平地面上的影長 12 m，當時太陽仰角為 38°。求塔高。（4 分）

答案： 高 $= 12\tan 38^\circ \approx 9.38$ m。

12. 一個長方體的尺寸為 9 cm × 6 cm × 5 cm。求空間對角線長度，及該對角線與底面的夾角。（5 分）

答案： 對角線 $= \sqrt{(81 + 36 + 25)} = \sqrt{142} \approx 11.9$ cm；底面對角線 $\sqrt{117}$，夾角 $= \tan^{-1}(5/\sqrt{117}) \approx 24.8^\circ$。

第 4 題　坐標幾何與圓

已知 A(1, −2)、B(7, 6)。

13. 求 AB 的長度及 AB 的中點坐標。（4 分）

答案： $AB = \sqrt{(36 + 64)} = 10$；中點 (4, 2)。

14. 求以 AB 為直徑的圓的方程。（4 分）

答案： 圓心 (4, 2)，半徑 5，方程 $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 25$。

15. 求該圓在 B 點的切線斜率。（4 分）

答案： 半徑斜率 $= (6 - 2)/(7 - 4) = 4/3$，切線斜率 $= -3/4$。

16. 直線 y = 2x − 3 與該圓相交於兩點，求弦長。（5 分）

答案： 圓心到直線距離 $= |8 - 2 - 3|/\sqrt{5} = 3/\sqrt{5} \approx 1.342$；弦長 $= 2\sqrt{(25 - 1.8)} \approx 9.63$。

第 5 題　概率與期望值

問卷調查 40 名學生上學的交通方式：男生乘巴士 6 人、港鐵 10 人、步行 4 人；女生乘巴士 6 人、港鐵 8 人、步行 6 人。

17. 隨機選一名學生，求該生乘港鐵的概率。（4 分）

答案： $(10 + 8)/40 = 18/40 = 0.45$。

18. 已知選出的學生乘巴士，求該生為女生的概率。（4 分）

答案： $6/(6 + 6) = 0.5$。

19. 從 20 名男生及 20 名女生中選 3 人，求選出 2 男 1 女的組合數目。（4 分）

答案： $C(20,2) \times 20 = 190 \times 20 = 3800$。

20. 某遊戲：付費 $8 玩一局，勝出得 $20（概率 0.3）、得 $5（概率 0.5）、無獎金（概率 0.2）。求每局獎金的期望值，並求每局期望利潤。（4 分）

答案：期望獎金 = 0.3(20) + 0.5(5) + 0.2(0) = 6.5；期望利潤 = 8 − 6.5 = 1.5。

第 6 題　統計

12 名學生每日溫習時間（分鐘）：42, 55, 38, 61, 47, 52, 45, 58, 40, 49, 53, 50。

21. 求平均數及中位數。（4 分）

答案：平均數 = 590/12 ≈ 49.2 分鐘；中位數 = (49 + 50)/2 = 49.5 分鐘。

22. 求標準差（以 12 為除數，準確至 3 位小數）。（5 分）

答案：$\Sigma(x - \bar{x})^2 = 557.67$，方差 = 46.47，標準差 ≈ 6.817 分鐘。

23. 若每名學生的溫習時間增加 5 分鐘，寫出新的平均數及標準差，並解釋。（4 分）

答案：平均數變為 54.2 分鐘（加 5）；標準差不變，仍為 6.817 分鐘，因每個數據同時平移不改變分散程度。

24. 甲班 25 人平均溫習 48 分鐘，乙班 15 人平均 56 分鐘。求兩班合併的平均溫習時間。（3 分）

答案：(25 × 48 + 15 × 56)/40 = 2040/40 = 51 分鐘。

TutorZone 中四數學練習卷 I 題目為原創，並非任何學校或出版社的教材。