中四数学练习卷（第一份）｜指数对数、数列、二次函数、圆、概率、复利

练习卷 · 高中数学

中四数学练习卷（第一份），涵盖指数与对数运算、等差与等比数列通项及求和、二次方程判别式与顶点、圆的弦长切线弧长、排列组合与概率、复利单利与连续折扣，共 6 题 24 部分 100 分，附完整答案与计算步骤，适合中四校内试及 DSE 备考。

1. 指数与对数（16 分）

(a) 至 (c) 为代数运算，须显示步骤；(d) 为应用题。

#	Question	Answer and marking notes
1	(a) 计算 log_3 81 + log_2 32 的值。	3^4 = 81，故 log_3 81 = 4；2^5 = 32，故 log_2 32 = 5；总和 = 9。
2	(b) 解方程 2^(x+1) = 64。	2^(x+1) = 2^6，故 x + 1 = 6，x = 5。
3	(c) 解方程 log x + log(x − 3) = 1，其中 x > 3。	log[x(x − 3)] = 1，x(x − 3) = 10，x^2 − 3x − 10 = 0，(x − 5)(x + 2) = 0；因 x > 3，故 x = 5。
4	(d) 某投资每年增长 6%（按年复利）。用对数求资金倍增所需年数（取整数年）。	1.06^n = 2，n = log 2 / log 1.06 ≈ 11.896，故需约 12 年。

2. 等差与等比数列（18 分）

某等差数列首项为 7、公差为 4；某等比数列首项为 3、公比为 2。

#	Question	Answer and marking notes
5	(a) 求等差数列的第 15 项。	T(15) = 7 + (15 − 1) x 4 = 63。
6	(b) 求等差数列首 20 项之和。	S(20) = 20/2 x [2×7 + (20 − 1)x4] = 10 x 90 = 900。
7	(c) 求等比数列的第 8 项及首 8 项之和。	T(8) = 3 x 2^7 = 384；S(8) = 3(2^8 − 1)/(2 − 1) = 765。
8	(d) 另一等比数列首项为 8、公比为 0.6，求其无限项之和。	S = a / (1 − r) = 8 / (1 − 0.6) = 20。

3. 二次方程与二次函数（16 分）

考虑方程 x^2 − 7x + 12 = 0 及函数 y = x^2 − 6x + 5。

#	Question	Answer and marking notes
9	(a) 解方程 x^2 − 7x + 12 = 0。	(x − 3)(x − 4) = 0，故 x = 3 或 x = 4。
10	(b) 若方程 x^2 + kx + 9 = 0 有重根，求 k 的所有可能值。	判别式 = k^2 − 4x1x9 = 0，k^2 = 36，故 k = 6 或 k = −6。

#	Question	Answer and marking notes
11	(c) 求 y = x^2 − 6x + 5 的顶点坐标。	x = −b/2a = 6/2 = 3；y = 9 − 18 + 5 = −4；顶点为 (3, −4)。
12	(d) 求该函数图像与 x 轴的交点，并指出开口方向。	x^2 − 6x + 5 = 0，(x − 1)(x − 5) = 0，交点为 (1, 0) 及 (5, 0)；x^2 系数为正，开口向上。

4. 圆的性质（18 分）

圆心为 O、半径 10 cm，弦 AB 与 O 的距离为 6 cm。另有一圆，圆心 O(0, 0)、半径 5，点 P(13, 0) 在圆外。

#	Question	Answer and marking notes
13	(a) 求弦 AB 的长度。	半弦长 = sqrt(10^2 − 6^2) = 8，故 AB = 2 x 8 = 16 cm。
14	(b) 圆内接四边形 ABCD 中，角 A = 72 度，求角 C。	圆内接四边形对角互补，角 C = 180 − 72 = 108 度。
15	(c) 由 P 引切线与圆相切于 T，求 PT 的长度。	OP = 13，OT = 5，OT 垂直 PT，故 PT = sqrt(13^2 − 5^2) = 12。
16	(d) 半径 12 cm、圆心角 150 度的弧长，以 pi 表示并取一位小数。	弧长 = 12 x (150/360) x 2pi = 10pi ≈ 31.4 cm。

5. 排列、组合与概率（16 分）

某组有 5 名男生及 4 名女生；另有一枚均匀骰子掷两次。

#	Question	Answer and marking notes
17	(a) 从该组选 3 人，共有多少种选法?	C(9, 3) = 9x8x7 / (3x2x1) = 84 种。
18	(b) 所选 3 人中至少 1 名女生的选法有多少种?	全男组合 C(5, 3) = 10，故至少一女 = 84 − 10 = 74 种。
19	(c) 掷两次骰子，点数和为 7 的概率是多少（分数及三位小数）？	点数和为 7 有 6 个结果，概率 = 6/36 = 1/6 ≈ 0.167。
20	(d) 从 A、B、C、D、E 五人中依次选 3 人担任不同职务，有多少种安排?	P(5, 3) = 5x4x3 = 60 种。

6. 百分数、复利与折扣（16 分）

本金 50,000 元，年利率 4%，为期 3 年。一件货品标价 1,200 元，先八折再九折。

#	Question	Answer and marking notes
21	(a) 按年复利计算 3 年后的本利和。	A = 50,000 x 1.04^3 = 56243.2 元。
22	(b) 若改为单利，3 年的利息是多少?	I = 50,000 x 4% x 3 = 6000 元。
23	(c) 复利所得的利息比单利多多少?	复利利息 = 6243.2，单利利息 = 6000，相差 243.2 元。

#	Question	Answer and marking notes
24	(d) 求该货品的折实售价。	1,200 x 0.8 x 0.9 = 864 元。