中四數學練習卷

中四　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

1. 指數與對數（16 分）

(a) 至 (c) 為代數運算，須顯示步驟；(d) 為應用題。

1. (a) 計算 log_3 81 + log_2 32 的值。

答案：3^4 = 81，故 log_3 81 = 4；2^5 = 32，故 log_2 32 = 5；總和 = 9。

2. (b) 解方程 2^(x+1) = 64。

答案：2^(x+1) = 2^6，故 x + 1 = 6，x = 5。

3. (c) 解方程 log x + log(x - 3) = 1，其中 x > 3。

答案：log[x(x - 3)] = 1，x(x - 3) = 10，x^2 - 3x - 10 = 0，(x - 5)(x + 2) = 0；因 x > 3，故 x = 5。

4. (d) 某投資每年增長 6%（按年複利）。用對數求資金倍增所需年數（取整數年）。

答案：1.06^n = 2，n = log 2 / log 1.06 ≈ 11.896，故需約 12 年。

2. 等差與等比數列（18 分）

某等差數列首項為 7、公差為 4；某等比數列首項為 3、公比為 2。

5. (a) 求等差數列的第 15 項。

答案：T(15) = 7 + (15 - 1) x 4 = 63。

6. (b) 求等差數列首 20 項之和。

答案：S(20) = 20/2 x [2x7 + (20 - 1)x4] = 10 x 90 = 900。

7. (c) 求等比數列的第 8 項及首 8 項之和。

答案：T(8) = 3 x 2^7 = 384；S(8) = 3(2^8 - 1)/(2 - 1) = 765。

8. (d) 另一等比數列首項為 8、公比為 0.6，求其無限項之和。

答案：S = a / (1 - r) = 8 / (1 - 0.6) = 20。

3. 二次方程與二次函數（16 分）

考慮方程 x^2 - 7x + 12 = 0 及函數 y = x^2 - 6x + 5。

9. (a) 解方程 x^2 - 7x + 12 = 0。

答案：(x - 3)(x - 4) = 0，故 x = 3 或 x = 4。

10. (b) 若方程 x^2 + kx + 9 = 0 有重根，求 k 的所有可能值。

答案：判別式 = k^2 - 4x1x9 = 0，k^2 = 36，故 k = 6 或 k = -6。

11. (c) 求 y = x^2 - 6x + 5 的頂點坐標。

答案：x = -b/2a = 6/2 = 3；y = 9 - 18 + 5 = -4；頂點為 (3, -4)。

12. (d) 求該函數圖像與 x 軸的交點，並指出開口方向。

答案：x^2 - 6x + 5 = 0，(x - 1)(x - 5) = 0，交點為 (1, 0) 及 (5, 0)；x^2 係數為正，開口向上。

4. 圓的性質（18 分）

圓心為 O、半徑 10 cm，弦 AB 與 O 的距離為 6 cm。另有一圓，圓心 O(0, 0)、半徑 5，點 P(13, 0) 在圓外。

13. (a) 求弦 AB 的長度。

答案：半弦長 = sqrt(10^2 - 6^2) = 8，故 AB = 2 x 8 = 16 cm。

14. (b) 圓內接四邊形 ABCD 中，角 A = 72 度，求角 C。

答案：圓內接四邊形對角互補，角 C = 180 - 72 = 108 度。

15. (c) 由 P 引切線與圓相切於 T，求 PT 的長度。

答案：OP = 13，OT = 5，OT 垂直 PT，故 PT = sqrt(13^2 - 5^2) = 12。

16. (d) 半徑 12 cm、圓心角 150 度的弧長，以 pi 表示並取一位小數。

答案：弧長 = 12 x (150/360) x 2pi = 10pi ≈ 31.4 cm。

5. 排列、組合與概率（16 分）

某組有 5 名男生及 4 名女生；另有一枚均勻骰子擲兩次。

17. (a) 從該組選 3 人，共有多少種選法？

答案：C(9, 3) = 9x8x7 / (3x2x1) = 84 種。

18. (b) 所選 3 人中至少 1 名女生的選法有多少種？

答案：全男組合 C(5, 3) = 10，故至少一女 = 84 - 10 = 74 種。

19. (c) 擲兩次骰子，點數和為 7 的概率是多少（分數及三位小數）？

答案：點數和為 7 有 6 個結果，概率 = 6/36 = 1/6 ≈ 0.167。

20. (d) 從 A、B、C、D、E 五人中依次選 3 人擔任不同職務，有多少種安排？

答案：P(5, 3) = 5x4x3 = 60 種。

6. 百分數、複利與折扣（16 分）

本金 50,000 元，年利率 4%，為期 3 年。一件貨品標價 1,200 元，先八折再九折。

21. (a) 按年複利計算 3 年後的本利和。

答案：A = 50,000 x 1.04^3 = 56243.2 元。

22. (b) 若改為單利，3 年的利息是多少？

答案：I = 50,000 x 4% x 3 = 6000 元。

23. (c) 複利所得的利息比單利多多少？

答案：複利利息 = 6243.2，單利利息 = 6000，相差 243.2 元。

24. (d) 求該貨品的折實售價。

答案：1,200 x 0.8 x 0.9 = 864 元。

TutorZone 中四數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。