中四数学延伸部分单元一练习卷（第一份）｜二项式、对数方程、归纳法、数列、图像变换

练习卷 · 高中数学延伸部分

中四数学延伸部分单元一（M1）练习卷（第一份），按香港高中数学延伸课程编排，适合校内测验及文凭试备试，涵盖二项展开与系数求法、指数与对数方程、数学归纳法证明、等差与等比数列求和及无限项和、函数图像平移反射伸缩，以及把现实情境转化为函数模型求最大值，每题附完整答案及详细步骤。

1. 二项展开与系数（18 分）

只需求系数，不用展开整式。

#	Question
1	(a) 求 (1 + 2x)^5 展开式中 x^3 的系数。
2	(b) 求 (2 − x)^6 展开式中 x^2 的系数。
3	(c) 求 (1 + 3x)^7 展开式的常数项与 x 项系数之和。
4	(d) 求 (1 + x)^10 展开式各项系数之总和。

2. 指数与对数方程（16 分）

解方程后须检查对数的定义域，(d) 取整数年。

#	Question
5	(a) 解方程 2^(x + 1) = 32。
6	(b) 解方程 $\log_3 x + \log_3 (x - 2) = 1$。
7	(c) 化简 $\log 8 \div \log 2 + \log_5 25$。
8	(d) 一笔款项以每年 6% 复利增长。求最少多少个完整年头，本金才会增至原来的两倍。

3. 数学归纳法（18 分）

证明须依次写出基础步骤、归纳假设及归纳步骤。

#	Question
9	(a) 对命题“1 + 3 + 5 + … + (2n − 1) = n^2”，写出 n = 1 的基础步骤。
10	(b) 承 (a)，假设命题对 n = k 成立，写出推导至 n = k + 1 的步骤。
11	(c) 用公式验证 1 + 3 + 5 + … + 19 之和。
12	(d) 求 1 + 3 + 5 + … + 99 之和。

4. 数列与求和（16 分）

无限等比数列求和只适用于公比的绝对值小于 1。

#	Question
13	(a) 等差数列首项为 5，公差为 4。求第 12 项。
14	(b) 承 (a)，求该数列首 12 项之和。
15	(c) 等比数列首项为 3，公比为 2。求首 8 项之和。
16	(d) 无限等比数列首项为 8，公比为 1/4。求其无限项之和（二位小数）。

5. 函数图像变换（16 分）

左右平移改 x，上下平移改整个函数值。

#	Question
17	(a) y = f(x) 的图像向右平移 3 单位、再向上平移 2 单位，写出新函数。
18	(b) 承 (a)，若原图像为 y = x^2，求新图像的顶点坐标。
19	(c) y = f(x) 的图像先沿 y 轴方向伸展为原来的 2 倍，再沿 x 轴反射，写出新函数。
20	(d) y = 2^x 的图像向左平移 2 单位后，与 y 轴相交于哪一点？

6. 应用题建模（16 分）

建模须写出定义域，(d) 取最接近的千位。

#	Question
21	(a) 一长方形周界为 40 m，设阔为 x m。把面积 A（m^2）表示为 x 的函数，并写出定义域。
22	(b) 承 (a)，求该长方形可能的最大面积。
23	(c) 一球形气球的半径由 3 cm 吹胀至 6 cm。求体积增为原来的多少倍。
24	(d) 某城市人口模型为 P(t) = 500 000 × 1.02^t，t 为年数。求 t = 10 时的人口（取最接近的千位）。