中四数学延伸部分单元二练习卷（第一份）｜三角恒等式、对数方程、导数、积分、矩阵、向量

练习卷 · 高中数学延伸部分

中四数学延伸部分单元二（M2）练习卷（第一份），按香港高中数学延伸课程编排，适合校内测验及文凭试备试，涵盖三角恒等式与复角公式、对数与指数方程、极限与求导技巧、定积分与曲线下面积、矩阵行列式与逆矩阵解方程组，以及向量长度、内积与位移应用，每题附完整答案及步骤。

1. 三角恒等式与复角公式（16 分）

第二象限的余弦取负值；准确值以根式表示。

#	Question
1	(a) 已知 $\sin\theta = 3/5$，且 θ 位于第二象限，求 $\cos\theta$。
2	(b) 用复角公式求 $\sin 75^\circ$ 的准确值。
3	(c) 化简 $\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$。
4	(d) 解 $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$，其中 $0^\circ \leqslant x \leqslant 360^\circ$。

2. 对数与指数方程（16 分）

解对数方程后须检查定义域；(b) 答案取三位小数。

#	Question
5	(a) 化简 $\log_2 48 - \log_2 3$。
6	(b) 解 $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$（答案取三位小数）。
7	(c) 解 $3^{2x-1} = 27$。
8	(d) 解 $\ln x + \ln(x-3) = \ln 10$。

3. 极限与导数（18 分）

因式分解后才可约去分母；(b) 须用乘积法则。

#	Question
9	(a) 求 $\lim_{x\to 3} (x^2 - 9)/(x - 3)$。
10	(b) 求 $\frac{d}{dx}(3x^2 \ln x)$。
11	(c) 求曲线 $y = x^3 - 3x$ 在 $x = 1$ 处的切线斜率。
12	(d) 设 $y = (2x+1)^5$，求 dy/dx 在 $x = 0$ 的值。

4. 积分与面积（16 分）

定积分须先写出原函数；(c) 用代换 $u = x^2$。

#	Question
13	(a) 求 $\int 6x\,dx$。
14	(b) 求 $\int_1^2 (2x + 1)\,dx$。
15	(c) 求 $\int_0^1 x\,e^{(x^2)}\,dx$（答案取三位小数）。
16	(d) 求曲线 $y = x^2$、x 轴、直线 $x = 0$ 与 $x = 3$ 所围成的面积。

5. 矩阵与行列式（18 分）

逆矩阵 = (1/det A) 乘以余子式矩阵；(c) 可用代入验算。

#	Question
17	(a) 设 $A = [[3, 4], [1, 2]]$，求 det A。
18	(b) 承 (a)，求 A 的逆矩阵。
19	(c) 用逆矩阵解方程组 $3x + 4y = 10$、$x + 2y = 4$。
20	(d) 设 $B = [[1, 2], [3, 4]]$，求 B^2。

6. 向量与应用（16 分）

夹角用 $\cos\theta = (a\cdot b)/(|a||b|)$；(d) 先求单位向量。

#	Question
21	(a) 设 $a = (3, 4)$，求 $\lvert a\rvert$。
22	(b) 设 $b = (1, -2)$，求 $a\cdot b$。
23	(c) 承 (a) 及 (b)，求 a 与 b 的夹角（取一位小数）。
24	(d) 点 A 的坐标为 (1, 2)，由 A 沿向量 (4, 3) 的方向移动 10 单位至点 P，求 P 的坐标。