中四数学练习卷：二次方程与判别式、二次函数与图像变换、指数与对数方程、三角学（余弦公式与面积）、坐标几何（圆与直线）、统计与概率（100 分）

练习卷 · 数学 · 中四

中四数学练习卷：6 题 24 部分共 100 分、时限 75 分钟，涵盖二次方程与判别式、二次函数配方与图像变换、指数与对数方程、余弦公式与三角形面积、圆与直线的坐标几何、统计量与概率计算，全部附完整答案，适合中四学生作校内试及 DSE 备试之用。

第 1 题 – 二次方程与判别式（16 分）

考虑二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$（$a \neq 0$），其判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$。$\Delta > 0$ 时有两个相异实根，$\Delta = 0$ 时有重根，Δ 小于 0 时无实根。若两根为 α 与 β，则 $\alpha + \beta = -b/a$、$\alpha\beta = c/a$。

#	Question
1	解方程 $2x^2 - 7x + 3 = 0$，并写出判别式的值。
2	若方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 有重根（两个相等实根），求 k 的值及该重根。
3	对方程 $3x^2 + 5x - 2 = 0$，求判别式、两根的性质，以及两根之和与两根之积。
4	设 α、β 为 $2x^2 - 8x + 5 = 0$ 的两根，求 $\alpha + \beta$、$\alpha\beta$ 及 $\alpha^2 + \beta^2$。

第 2 题 – 二次函数与图像变换（16 分）

函数 $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$ 的图像为一抛物线。把 $y = f(x)$ 的图像向左平移 h 个单位、向上平移 k 个单位，所得图像的方程为 $y = f(x + h) + k$。

#	Question
5	以配方法把 $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$ 写成 $a(x - h)^2 + k$ 的形式，并写出顶点坐标与对称轴。
6	把 $y = f(x)$ 的图像向左平移 2 个单位、向上平移 4 个单位，写出新图像的顶点坐标及最小值。
7	函数 $y = 3 \times 2^x$ 中，求 $x = 0$、1、2 时对应的 y 值，并说明 x 每增加 1 时 y 的变化。
8	考虑 $y = -2(x + 1)^2 + 8$。写出顶点、开口方向、最大值及 y 轴截距。

第 3 题 – 指数与对数方程（16 分）

指数律：$a^{(m/n)} = n$ 次方根(a^m)，$a^{(-n)} = 1/a^n$。对数律：$\log(xy) = \log x + \log y$，$\log(x/y) = \log x - \log y$，$\log x^n = n \log x$。解对数方程后必须检查定义域（真数 > 0）。

#	Question
9	不用计算机，求 $8^{(2/3)} \times 4^{(-1/2)}$ 的值。
10	解方程 $3^{(2x - 1)} = 27^{(x - 2)}$。
11	已知 $\log 2 = 0.3010$、$\log 3 = 0.4771$（以 10 为底），求 $\log 12$ 及 $\log 1.5$。
12	解方程 $\log_2 x + \log_2 (x - 6) = 4$，并说明为何要剔除其中一个解。

第 4 题 – 三角学：余弦公式与面积（18 分）

在三角形 ABC 中，a、b、c 分别为角 A、B、C 的对边。余弦公式：$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$。正弦公式：$a/\sin A = b/\sin B$。面积 $= (1/2)ab\sin C$。所有答案取三位有效数字。

#	Question
13	三角形 ABC 中 a = 7 cm、b = 9 cm、C = 52°，求 c 的长度。
14	同一三角形中，求面积（cm^2）。
15	另一三角形中 A = 40°、B = 65°、a = 10 cm，求 b 的长度。
16	解方程 $2\sin^2\theta - \sin\theta - 1 = 0$，其中 $0° \leqslant \theta \leqslant 360°$，并列出所有解。

第 5 题 – 坐标几何：圆与直线（17 分）

已知 A(1, 2) 与 B(7, 10)。距离公式、中点公式及以 AB 为直径的圆均需要用到。点 (x_0, y_0) 到直线 $Ax + By + C = 0$ 的距离为 $|Ax_0 + By_0 + C| / \sqrt{(A^2 + B^2)}$。

#	Question
17	求 AB 的长度及 AB 的中点坐标。
18	求以 AB 为直径的圆的方程。
19	直线 L: 3x + 4y − 12 = 0。求 L 的斜率、与 L 垂直的直线的斜率，以及原点到 L 的距离。
20	求通过 (2, −1) 且与 L 平行的直线方程。

第 6 题 – 统计与概率（17 分）

一组数据 4、7、7、9、13。平均数 = 总和 ÷ 个数；中位数为排序后中间的数；众数为出现最多次的数。标准差 $\sigma = \sqrt{[\Sigma(x - \bar{x})^2 / n]}$。

#	Question
21	求该组数据的平均数、中位数及众数。
22	若加入一个新数据 20，求新数据组的平均数，并说明平均数与中位数何者受影响较大。
23	数据 2、4、6、8、10 的平均数为 6，求其方差及标准差（标准差取三位小数）。
24	袋中有 5 个红球及 3 个蓝球。随机抽出两个球（不放回），求两个都是红球的概率。