中四數學練習卷：二次方程與判別式、二次函數與圖像變換、指數與對數方程、三角學

中四　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

第 1 題 — 二次方程與判別式（16 分）

考慮二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$（$a \neq 0$），其判別式 $\Delta = b^2 - 4ac$。$\Delta > 0$ 時有兩個相異實根，$\Delta = 0$ 時有重根，Δ 小於 0 時無實根。若兩根為 α 與 β，則 $\alpha + \beta = -b/a$、$\alpha\beta = c/a$。

1. 解方程 $2x^2 - 7x + 3 = 0$，並寫出判別式的值。

2. 若方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 有重根（兩個相等實根），求 k 的值及該重根。

3. 對方程 $3x^2 + 5x - 2 = 0$，求判別式、兩根的性質，以及兩根之和與兩根之積。

4. 設 α、β 為 $2x^2 - 8x + 5 = 0$ 的兩根，求 $\alpha + \beta$、$\alpha\beta$ 及 $\alpha^2 + \beta^2$。

第 2 題 — 二次函數與圖像變換（16 分）

函數 $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$ 的圖像為一拋物線。把 $y = f(x)$ 的圖像向左平移 h 個單位、向上平移 k 個單位，所得圖像的方程為 $y = f(x + h) + k$。

5. 以配方法把 $f(x) = 2x^2 - 12x + 13$ 寫成 $a(x - h)^2 + k$ 的形式，並寫出頂點坐標與對稱軸。

6. 把 $y = f(x)$ 的圖像向左平移 2 個單位、向上平移 4 個單位，寫出新圖像的頂點坐標及最小值。

7. 函數 $y = 3 \times 2^x$ 中，求 $x = 0$、1、2 時對應的 y 值，並說明 x 每增加 1 時 y 的變化。

8. 考慮 $y = -2(x + 1)^2 + 8$。寫出頂點、開口方向、最大值及 y 軸截距。

第 3 題 — 指數與對數方程（16 分）

指數律：$a^{(m/n)} = \sqrt[n]{a^m}$，$a^{(-n)} = 1/a^n$。對數律：$\log(xy) = \log x + \log y$，$\log(x/y) = \log x - \log y$，$\log x^n = n \log x$。解對數方程後必須檢查定義域（真數 > 0）。

9. 不用計算機，求 $8^{(2/3)} \times 4^{(-1/2)}$ 的值。

10. 解方程 $3^{(2x - 1)} = 27^{(x - 2)}$。

11. 已知 $\log 2 = 0.3010$、$\log 3 = 0.4771$（以 10 為底），求 $\log 12$ 及 $\log 1.5$。

12. 解方程 $\log_2 x + \log_2 (x - 6) = 4$，並說明為何要剔除其中一個解。

第 4 題 — 三角學：餘弦公式與面積（18 分）

在三角形 ABC 中，a、b、c 分別為角 A、B、C 的對邊。餘弦公式：$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$。正弦公式：$a/\sin A = b/\sin B$。面積 $= (1/2)ab\sin C$。所有答案取三位有效數字。

13. 三角形 ABC 中 $a = 7$ cm、$b = 9$ cm、$C = 52°$，求 c 的長度。

14. 同一三角形中，求面積（cm^2）。

15. 另一三角形中 $A = 40°$、$B = 65°$、$a = 10$ cm，求 b 的長度。

16. 解方程 $2\sin^2\theta - \sin\theta - 1 = 0$，其中 $0° \leqslant \theta \leqslant 360°$，並列出所有解。

第 5 題 — 坐標幾何：圓與直線（17 分）

已知 A(1, 2) 與 B(7, 10)。距離公式、中點公式及以 AB 為直徑的圓均需要用到。點 (x_0, y_0) 到直線 $Ax + By + C = 0$ 的距離為 $|Ax_0 + By_0 + C| / \sqrt{(A^2 + B^2)}$。

17. 求 AB 的長度及 AB 的中點坐標。

18. 求以 AB 為直徑的圓的方程。

19. 直線 L: $3x + 4y - 12 = 0$。求 L 的斜率、與 L 垂直的直線的斜率，以及原點到 L 的距離。

20. 求通過 $(2, -1)$ 且與 L 平行的直線方程。

第 6 題 — 統計與概率（17 分）

一組數據 4、7、7、9、13。平均數 = 總和 ÷ 個數；中位數為排序後中間的數；眾數為出現最多次的數。標準差 $\sigma = \sqrt{[\Sigma(x - \bar{x})^2 / n]}$。

21. 求該組數據的平均數、中位數及眾數。

22. 若加入一個新數據 20，求新數據組的平均數，並說明平均數與中位數何者受影響較大。

23. 數據 2、4、6、8、10 的平均數為 6，求其方差及標準差（標準差取三位小數）。

24. 袋中有 5 個紅球及 3 個藍球。隨機抽出兩個球（不放回），求兩個都是紅球的概率。

TutorZone 中四數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。