中四数学练习卷（第二份）｜三角比、立体图形、统计、坐标几何、线性规划、概率

练习卷 · 高中数学

中四数学练习卷（第二份），涵盖三角比与正弦余弦公式、解三角形的仰角与距离应用、圆锥球体圆柱的体积与表面面积、平均数中位数四分位距标准差、坐标几何与圆方程、一元不等式与线性规划、概率与组合，附完整答案与计算步骤，适合中四校内考试与 DSE 数学科基础巩固，100 分、60 分钟。

1. 三角比与解三角形（16 分）

(a) 至 (d) 全部须列式，答案取三位有效数字或一位小数。

#	Question	Answer and marking notes
1	(a) 一直角三角形的对边长 7 cm、邻边长 24 cm。求斜边长，以及 $\sin\theta$、$\cos\theta$、$\tan\theta$（三位小数，θ 为对边所对的角）。	斜边 $=\sqrt{(7^2+24^2)}=\sqrt{625}=25$ cm；$\sin\theta=7/25=0.280$，$\cos\theta=24/25=0.960$，$\tan\theta=7/24=0.292$。
2	(b) 某人在距离塔底 40 m 的水平地面上，测得塔顶仰角为 32°。求塔高（一位小数）。	塔高 $=40\times\tan 32^\circ=24.99$ m，约 25.0 m。
3	(c) 在三角形 ABC 中，$\angle A=48^\circ$，$\angle B=67^\circ$，$a=12$ cm。求 $\angle C$ 及 b（一位小数）。	$\angle C=180^\circ-48^\circ-67^\circ=65^\circ$；由正弦公式 $b=12\times\sin 67^\circ\div\sin 48^\circ=14.9$ cm。
4	(d) 三角形两边长 9 cm 及 12 cm，夹角 55°。求第三边长及该三角形面积（一位小数）。	第三边 $=\sqrt{(9^2+12^2-2\times9\times12\times\cos 55^\circ)}=\sqrt{101.11}\approx10.1$ cm；面积 $=\tfrac{1}{2}\times9\times12\times\sin 55^\circ\approx44.2$ cm²。

2. 立体图形与度量（18 分）

π 取 3.142，答案取一位小数。

#	Question	Answer and marking notes
5	(a) 一圆锥底半径 5 cm、高 12 cm。求斜高、体积及总表面面积。	斜高 $=\sqrt{(5^2+12^2)}=13$ cm；体积 $=\tfrac{1}{3}\times3.142\times5^2\times12=314.2$ cm³；总表面面积 $=3.142\times5\times13+3.142\times5^2=282.8$ cm²。
6	(b) 一球半径 5 cm。求其表面面积及体积。	表面面积 $=4\times3.142\times5^2=314.2$ cm²；体积 $=4/3\times3.142\times5^3=523.7$ cm³。
7	(c) 一实心圆柱半径 4 cm、高 10 cm。求其总表面面积及体积。	总表面面积 $=2\times3.142\times4^2+2\times3.142\times4\times10=351.9$ cm²；体积 $=3.142\times4^2\times10=502.7$ cm³。
8	(d) 一长方体箱长 30 cm、阔 20 cm、高 15 cm。求其表面面积；若用边长 5 cm 的立方体填满，需多少个？若改用边长 4 cm 的立方体整齐排列，最多可放多少个，箱内剩余空间体积多少 cm³？	表面面积 $=2\times(30\times20+20\times15+30\times15)=2700$ cm²；5 cm 立方体 $(30/5)\times(20/5)\times(15/5)=72$ 个；4 cm 立方体 $\lfloor30/4\rfloor\times\lfloor20/4\rfloor\times\lfloor15/4\rfloor=7\times5\times3=105$ 个，占 6720 cm³，剩 $9000-6720=2280$ cm³。

3. 统计与数据分析（16 分）

某班 8 名学生测验分数（由小至大）：12、15、15、18、20、22、25、28。全部须列式或说明。

#	Question	Answer and marking notes
9	(a) 求平均数（二位小数）及全距。	平均数 = (12+15+15+18+20+22+25+28) ÷ 8 = 155 ÷ 8 = 19.38；全距 = 28 − 12 = 16。
10	(b) 求中位数及众数。	共 8 个数据，中位数 = (第 4 个 + 第 5 个) ÷ 2 = (18 + 20) ÷ 2 = 19；众数 = 15（出现 2 次）。
11	(c) 求下四分位数、上四分位数及四分位距。	下半 12、15、15、18 的中位数 Q1 = (15+15)/2 = 15.0；上半 20、22、25、28 的中位数 Q3 = (22+25)/2 = 23.5；四分位距 = Q3 − Q1 = 8.5。
12	(d) 求这 8 个分数的标准差（以总体计算，二位小数）。	平方差总和 = $\Sigma(x - 19.375)^2$ = 207.875；方差 = 207.875 ÷ 8 = 25.984；标准差 = $\sqrt{25.984}$ = 5.10。

4. 坐标几何与圆（18 分）

全部须列式。

#	Question	Answer and marking notes
13	(a) 已知 A(2, −1)、B(7, 11)。求 AB 的长度及 AB 中点的坐标。	AB = $\sqrt{((7-2)^2 + (11+1)^2)}$ = $\sqrt{(25 + 144)}$ = 13；中点 = ((2+7)/2, (−1+11)/2) = (4.5, 5)。
14	(b) 求通过 A(2, −1) 及 B(7, 11) 的直线斜率，并以一般式 ax + by + c = 0 写出其方程。	斜率 = (11 + 1) ÷ (7 − 2) = 12/5 = 2.4；y + 1 = 2.4(x − 2)，化简得 12x − 5y − 29 = 0。
15	(c) 求直线 3x + y = 10 与 x − 2y = 1 的交点坐标。	由第一式 y = 10 − 3x 代入第二式：x − 2(10 − 3x) = 1，得 7x = 21，x = 3，y = 1，交点为 (3, 1)。
16	(d) 圆的方程为 $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$。求圆心、半径，以及圆周长与圆面积（$\pi$ 取 3.142，一位小数）。	$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 3^2 + 4^2 + 11 = 36$；圆心 (3, −4)、半径 6；圆周长 = 2 × 3.142 × 6 = 37.7；面积 = 3.142 × 36 = 113.1。

5. 一元不等式与线性规划（16 分）

全部须列式或说明。

#	Question	Answer and marking notes
17	(a) 解不等式 5x − 7 > 2x + 8。	5x − 2x > 8 + 7，即 3x > 15，所以 x > 5。
18	(b) 解不等式 −3x + 4 ⩾ 19。	−3x ⩾ 15，两边除以负数须变号，得 x ⩽ −5。
19	(c) 在约束 x + y ⩽ 40、2x + y ⩽ 60、x ⩾ 0、y ⩾ 0 下，求 P = 3x + 2y 的最大值及对应的 (x, y)。	顶点 (0, 0)、(30, 0)、(20, 20)、(0, 40)：P 依次为 0、90、100、80，故最大值 100 在 (20, 20)。
20	(d) 承 (c)，求该可行区域的面积（平方单位）。	以鞋带公式计算四边形 (0,0)、(30,0)、(20,20)、(0,40)：$\Sigma(x_1 y_2 - x_2 y_1)$ = 0 + 600 + 800 + 0 = 1400，面积 = 1400 ÷ 2 = 700。

6. 概率与组合（16 分）

全部须列式，概率可用分数或小数表示。

#	Question	Answer and marking notes
21	(a) 袋中有红球 5 个、蓝球 3 个、绿球 2 个。随机抽出一个，求 P(红球) 及 P(不是绿球)。	共 10 个球；P(红) = 5/10 = 0.5；P(非绿) = 8/10 = 0.8。
22	(b) 同一袋中不放回接连抽出两个球，求两个都是红球的概率（分数）。	$P = 5/10 \times 4/9 = 20/90 = 2/9 \approx 0.222$。
23	(c) 5 名学生排成一行。求排列方法总数；若其中甲、乙两人必须相邻，求排列方法数。	总数 = 5! = 120；两人相邻视为一体：$2 \times 4! = 48$。
24	(d) 从 8 名学生中选 3 人组成委员会。求组合数；并求某指定学生被选中的概率。	组合数 = C(8, 3) = $8! \div (3! \times 5!) = 56$；指定学生被选中的概率 = 3/8 = 0.375。