中四數學練習卷

中四　數學　｜　時限：60 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

1. 三角比與解三角形（16 分）

(a) 至 (d) 全部須列式，答案取三位有效數字或一位小數。

1. (a) 一直角三角形的對邊長 7 cm、鄰邊長 24 cm。求斜邊長，以及 $\sin\theta$、$\cos\theta$、$\tan\theta$（三位小數，θ 為對邊所對的角）。

答案：斜邊 $= \sqrt{(7^2 + 24^2)} = \sqrt{625} = 25$ cm；$\sin\theta = 7/25 = 0.280$，$\cos\theta = 24/25 = 0.960$，$\tan\theta = 7/24 = 0.292$。

2. (b) 某人在距離塔底 40 m 的水平地面上，測得塔頂仰角為 32°。求塔高（一位小數）。

答案：塔高 $= 40 \times \tan 32^\circ = 24.99$ m，約 25.0 m。

3. (c) 在三角形 ABC 中，$\angle A = 48^\circ$，$\angle B = 67^\circ$，$a = 12$ cm。求 $\angle C$ 及 b（一位小數）。

答案：$\angle C = 180^\circ - 48^\circ - 67^\circ = 65^\circ$；由正弦公式 $b = 12 \times \sin 67^\circ \div \sin 48^\circ = 14.9$ cm。

4. (d) 三角形兩邊長 9 cm 及 12 cm，夾角 55°。求第三邊長及該三角形面積（一位小數）。

答案：第三邊 $= \sqrt{(9^2 + 12^2 - 2\times9\times12\times\cos 55^\circ)} = \sqrt{101.11} \approx 10.1$ cm；面積 $= \tfrac{1}{2}\times9\times12\times\sin 55^\circ \approx 44.2$ cm²。

2. 立體圖形與度量（18 分）

π 取 3.142，答案取一位小數。

5. (a) 一圓錐底半徑 5 cm、高 12 cm。求斜高、體積及總表面面積。

答案：斜高 $= \sqrt{(5^2 + 12^2)} = 13$ cm；體積 $= \tfrac{1}{3} \times 3.142 \times 5^2 \times 12 = 314.2$ cm³；總表面面積 $= 3.142 \times 5 \times 13 + 3.142 \times 5^2 = 282.8$ cm²。

6. (b) 一球半徑 5 cm。求其表面面積及體積。

答案：表面面積 $= 4 \times 3.142 \times 5^2 = 314.2$ cm²；體積 $= 4/3 \times 3.142 \times 5^3 = 523.7$ cm³。

7. (c) 一實心圓柱半徑 4 cm、高 10 cm。求其總表面面積及體積。

答案：總表面面積 $= 2 \times 3.142 \times 4^2 + 2 \times 3.142 \times 4 \times 10 = 351.9$ cm²；體積 $= 3.142 \times 4^2 \times 10 = 502.7$ cm³。

8. (d) 一長方體箱長 30 cm、闊 20 cm、高 15 cm。求其表面面積；若用邊長 5 cm 的立方體填滿，需多少個？若改用邊長 4 cm 的立方體整齊排列，最多可放多少個，箱內剩餘空間體積多少 cm³？

答案：表面面積 $= 2 \times (30\times20 + 20\times15 + 30\times15) = 2700$ cm²；5 cm 立方體 $(30/5)\times(20/5)\times(15/5) = 72$ 個；4 cm 立方體 $\lfloor 30/4 \rfloor \times \lfloor 20/4 \rfloor \times \lfloor 15/4 \rfloor = 7\times5\times3 = 105$ 個，佔 6720 cm³，剩 $9000 - 6720 = 2280$ cm³。

3. 統計與數據分析（16 分）

某班 8 名學生測驗分數（由小至大）：12、15、15、18、20、22、25、28。全部須列式或說明。

9. (a) 求平均數（二位小數）及全距。

答案：平均數 $= (12+15+15+18+20+22+25+28) \div 8 = 155 \div 8 = 19.38$；全距 $= 28 - 12 = 16$。

10. (b) 求中位數及眾數。

答案：共 8 個數據，中位數 = (第 4 個 + 第 5 個) ÷ 2 = (18 + 20) ÷ 2 = 19；眾數 = 15（出現 2 次）。

11. (c) 求下四分位數、上四分位數及四分位距。

答案：下半 12、15、15、18 的中位數 Q1 = (15+15)/2 = 15.0；上半 20、22、25、28 的中位數 Q3 = (22+25)/2 = 23.5；四分位距 = Q3 − Q1 = 8.5。

12. (d) 求這 8 個分數的標準差（以總體计算，二位小數）。

答案：平方差總和 = $\Sigma(x - 19.375)^2 = 207.875$；方差 = 207.875 ÷ 8 = 25.984；標準差 = $\sqrt{25.984} = 5.10$。

4. 坐標幾何與圓（18 分）

全部須列式。

13. (a) 已知 A(2, −1)、B(7, 11)。求 AB 的長度及 AB 中點的坐標。

答案：$AB = \sqrt{(7-2)^2 + (11+1)^2} = \sqrt{25 + 144} = 13$；中點 = ((2+7)/2, (−1+11)/2) = (4.5, 5)。

14. (b) 求通過 A(2, −1) 及 B(7, 11) 的直線斜率，並以一般式 $ax + by + c = 0$ 寫出其方程。

答案：斜率 = (11 + 1) ÷ (7 − 2) = 12/5 = 2.4；$y + 1 = 2.4(x - 2)$，化簡得 $12x - 5y - 29 = 0$。

15. (c) 求直線 $3x + y = 10$ 與 $x - 2y = 1$ 的交點坐標。

答案：由第一式 $y = 10 - 3x$ 代入第二式：$x - 2(10 - 3x) = 1$，得 $7x = 21$，$x = 3$，$y = 1$，交點為 (3, 1)。

16. (d) 圓的方程為 $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$。求圓心、半徑，以及圓周長與圓面積（π 取 3.142，一位小數）。

答案：$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 3^2 + 4^2 + 11 = 36$；圓心 (3, −4)、半徑 6；圓周長 = 2 × 3.142 × 6 = 37.7；面積 = 3.142 × 36 = 113.1。

5. 一元不等式與線性規劃（16 分）

全部須列式或說明。

17. (a) 解不等式 $5x - 7 > 2x + 8$。

答案：$5x - 2x > 8 + 7$，即 $3x > 15$，所以 $x > 5$。

18. (b) 解不等式 $-3x + 4 \geqslant 19$。

答案：$-3x \geqslant 15$，兩邊除以負數須變號，得 $x \leqslant -5$。

19. (c) 在約束 $x + y \leqslant 40$、$2x + y \leqslant 60$、$x \geqslant 0$、$y \geqslant 0$ 下，求 $P = 3x + 2y$ 的最大值及對應的 (x, y)。

答案：頂點 (0, 0)、(30, 0)、(20, 20)、(0, 40)：P 依次為 0、90、100、80，故最大值 100 在 (20, 20)。

20. (d) 承 (c)，求該可行區域的面積（平方單位）。

答案：以鞋帶公式計算四邊形 (0,0)、(30,0)、(20,20)、(0,40)：$\Sigma(x_1 y_2 - x_2 y_1) = 0 + 600 + 800 + 0 = 1400$，面積 = 1400 ÷ 2 = 700。

6. 概率與組合（16 分）

全部須列式，概率可用分數或小數表示。

21. (a) 袋中有紅球 5 個、藍球 3 個、綠球 2 個。隨機抽出一個，求 P(紅球) 及 P(不是綠球)。

答案：共 10 個球；P(紅) = 5/10 = 0.5；P(非綠) = 8/10 = 0.8。

22. (b) 同一袋中不放回接連抽出兩個球，求兩個都是紅球的概率（分數）。

答案：$P = 5/10 \times 4/9 = 20/90 = 2/9 \approx 0.222$。

23. (c) 5 名學生排成一行。求排列方法總數；若其中甲、乙兩人必須相鄰，求排列方法數。

答案：總數 $= 5! = 120$；兩人相鄰視為一體：$2 \times 4! = 48$。

24. (d) 從 8 名學生中選 3 人組成委員會。求組合數；並求某指定學生被選中的概率。

答案：組合數 $= C(8, 3) = 8! \div (3! \times 5!) = 56$；指定學生被選中的概率 $= 3/8 = 0.375$。

TutorZone 中四數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。