中四数学

中四　数学　|　时限：75 分钟　|　总分：100 分　|　共 24 题

第一部分：二次方程与判别式（16 分）

已知二次方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$，以及函数 $y = x^2 - 6x + 5$。

1. 解方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$。
答案：因式分解得 $(x - 1)(x - 5) = 0$，故 $x = 1$ 或 $x = 5$。

2. 求方程 $2x^2 + 3x + 4 = 0$ 的判别式，并判断实根的数目。
答案：判别式 $= 3^2 - 4 \times 2 \times 4 = 9 - 32 = -23$。因判别式小于 0，方程没有实根。

3. 若方程 $x^2 + kx + 9 = 0$ 有重根，求 k 的两个可能值。
答案：重根即判别式为 0：$k^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$，$k^2 = 36$，故 $k = 6$ 或 $k = -6$。

4. 求 $y = x^2 - 6x + 5$ 的对称轴及顶点坐标。
答案：对称轴 $x = -(-6) / (2 \times 1) = 3$。代入得 $y = 9 - 18 + 5 = -4$，顶点为 $(3, -4)$。

第二部分：指数与对数（16 分）

化简下列各题，除特别指明外答案须为准确值。已知 $\log_{10} 2 = 0.3010$。

5. 求 $\log_2 32$ 的值。
答案：$32 = 2^5$，故 $\log_2 32 = 5$。

6. 以 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 求 $\log_{10} 2000$ 的值（取四位小数）。
答案：$2000 = 2 \times 10^3$，故 $\log_{10} 2000 = 0.3010 + 3 = 3.3010$。

7. 解方程 $3^{(2x)} = 27$。
答案：$27 = 3^3$，故 $2x = 3$，$x = 1.5$。

8. 求 $(\log_3 9)(\log_2 8)$ 的值。
答案：$\log_3 9 = 2$，$\log_2 8 = 3$，故乘积 $= 2 \times 3 = 6$。

第三部分：等差与等比数列（18 分）

某等差数列首项为 7，公差为 4；某等比数列首项为 3，公比为 2。

9. 求该等差数列的第 20 项。
答案：第 20 项 $= 7 + (20 - 1) \times 4 = 7 + 76 = 83$。

10. 求该等差数列首 20 项之和。
答案：和 $= 20 \times (7 + 83) \div 2 = 20 \times 90 \div 2 = 900$。

11. 求该等比数列的第 8 项。

答案：第 8 项 = $3 \times 2^{7} = 3 \times 128 = 384$。

12. 求该等比数列首 8 项之和。

答案：和 = $3 \times (2^{8} - 1) \div (2 - 1) = 3 \times 255 = 765$。

第四部分：圆形性质与扇形面积（18 分）

圆 C 的圆心为 (2, -3)，半径为 5。计算时可取 $\pi = 3.1416$。

13. 写出圆 C 的方程。

答案：圆的方程为 $(x - 2)^{2} + (y + 3)^{2} = 5^{2} = 25$。

14. 一条弦与圆心的距离为 5，而该圆半径为 13，求弦长。

答案：半弦长 = $\sqrt{(13^{2} - 5^{2})} = \sqrt{144} = 12$，故弦长 = $2 \times 12 = 24$。

15. 由圆外一点 P 向半径为 6 的圆引切线，切点为 T。若 PO = 10，求 PT 的长度。

答案：因 OT $\perp$ PT，由毕氏定理 $PT^{2} = 10^{2} - 6^{2} = 100 - 36 = 64$，故 PT = 8。

16. 半径 9、圆心角 80° 的扇形，求其面积（答至一位小数）。

答案：面积 = $(80 \div 360) \times \pi \times 9^{2} = 18\pi = 18 \times 3.1416 \approx 56.5$（平方单位）。

第五部分：排列组合与概率（16 分）

以下各题目均须列出计算过程。

17. 5 名学生排成一列，共有多少种不同排法？

答案：排法数 = $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$。

18. 从 8 名学生中选 3 人组成小组，共有多少种不同组合？

答案：组合数 = $C(8, 3) = (8 \times 7 \times 6) \div (3 \times 2 \times 1) = 56$。

19. 袋中有 4 个红球及 6 个蓝球，随机抽出 1 球，求抽得红球的概率。

答案：球总数 = 10，故 P(红球) = $4 \div 10 = 0.4$。

20. 同时掷两粒公平骰子，求点数和为 7 的概率。

答案：可能结果共 36 个，和为 7 的有 6 个，故概率 = $6 \div 36 = 1/6$。

第六部分：统计（16 分）

数据 A：3, 7, 7, 9, 14。数据 B：2, 4, 6, 8, 10。

21. 求数据 A 的平均数。

答案：平均数 = $(3 + 7 + 7 + 9 + 14) \div 5 = 40 \div 5 = 8$。

22. 求数据 A 的中位数。

答案：由小至大排列为 3, 7, 7, 9, 14，共 5 个数据，中位数为第 3 个 = 7。

23. 求数据 A 的众数。

答案：7 出现两次，其次数最高，故众数为 7。

24. 求数据 B 的标准差（取至三位有效数字）。

答案：平均数 = 6，离差平方和 = 16 + 4 + 0 + 4 + 16 = 40，方差 = 40 ÷ 5 = 8，标准差 = $\sqrt{8} \approx 2.83$。

TutorZone 中四数学练习卷｜题目与文章为原创，并非任何学校或出版社的教材。