中四數學

中四　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

第一部分：二次方程與判別式（16 分）

已知二次方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$，以及函數 $y = x^2 - 6x + 5$。

1. 解方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$。
答案：因式分解得 $(x - 1)(x - 5) = 0$，故 $x = 1$ 或 $x = 5$。

2. 求方程 $2x^2 + 3x + 4 = 0$ 的判別式，並判斷實根的數目。
答案：判別式 $= 3^2 - 4 \times 2 \times 4 = 9 - 32 = -23$。因判別式小於 0，方程沒有實根。

3. 若方程 $x^2 + kx + 9 = 0$ 有重根，求 k 的兩個可能值。
答案：重根即判別式為 0：$k^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$，$k^2 = 36$，故 $k = 6$ 或 $k = -6$。

4. 求 $y = x^2 - 6x + 5$ 的對稱軸及頂點坐標。
答案：對稱軸 $x = -(-6) / (2 \times 1) = 3$。代入得 $y = 9 - 18 + 5 = -4$，頂點為 $(3, -4)$。

第二部分：指數與對數（16 分）

化簡下列各題，除特別指明外答案須為準確值。已知 $\log_{10} 2 = 0.3010$。

5. 求 $\log_2 32$ 的值。
答案：$32 = 2^5$，故 $\log_2 32 = 5$。

6. 以 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 求 $\log_{10} 2000$ 的值（取四位小數）。
答案：$2000 = 2 \times 10^3$，故 $\log_{10} 2000 = 0.3010 + 3 = 3.3010$。

7. 解方程 $3^{(2x)} = 27$。
答案：$27 = 3^3$，故 $2x = 3$，$x = 1.5$。

8. 求 $(\log_3 9)(\log_2 8)$ 的值。
答案：$\log_3 9 = 2$，$\log_2 8 = 3$，故乘積 $= 2 \times 3 = 6$。

第三部分：等差與等比數列（18 分）

某等差數列首項為 7，公差為 4；某等比數列首項為 3，公比為 2。

9. 求該等差數列的第 20 項。
答案：第 20 項 $= 7 + (20 - 1) \times 4 = 7 + 76 = 83$。

10. 求該等差數列首 20 項之和。
答案：和 $= 20 \times (7 + 83) \div 2 = 20 \times 90 \div 2 = 900$。

11. 求該等比數列的第 8 項。

答案：第 8 項 = $3 \times 2^{7} = 3 \times 128 = 384$。

12. 求該等比數列首 8 項之和。

答案：和 = $3 \times (2^{8} - 1) \div (2 - 1) = 3 \times 255 = 765$。

第四部分：圓形性質與扇形面積（18 分）

圓 C 的圓心為 (2, -3)，半徑為 5。計算時可取 $\pi = 3.1416$。

13. 寫出圓 C 的方程。

答案：圓的方程為 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5^2 = 25$。

14. 一條弦與圓心的距離為 5，而該圓半徑為 13，求弦長。

答案：半弦長 = $\sqrt{(13^2 - 5^2)} = \sqrt{144} = 12$，故弦長 = $2 \times 12 = 24$。

15. 由圓外一點 P 向半徑為 6 的圓引切線，切點為 T。若 PO = 10，求 PT 的長度。

答案：因 OT $\perp$ PT，由畢氏定理 $PT^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$，故 PT = 8。

16. 半徑 9、圓心角 80° 的扇形，求其面積（答至一位小數）。

答案：面積 = $(80 \div 360) \times \pi \times 9^2 = 18\pi = 18 \times 3.1416 \approx 56.5$（平方單位）。

第五部分：排列組合與概率（16 分）

以下各題目均須列出計算過程。

17. 5 名學生排成一列，共有多少種不同排法？

答案：排法數 = $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$。

18. 從 8 名學生中選 3 人組成小組，共有多少種不同組合？

答案：組合數 = $C(8, 3) = (8 \times 7 \times 6) \div (3 \times 2 \times 1) = 56$。

19. 袋中有 4 個紅球及 6 個藍球，隨機抽出 1 球，求抽得紅球的概率。

答案：球總數 = 10，故 P(紅球) = $4 \div 10 = 0.4$。

20. 同時擲兩粒公平骰子，求點數和為 7 的概率。

答案：可能結果共 36 個，和為 7 的有 6 個，故概率 = $6 \div 36 = 1/6$。

第六部分：統計（16 分）

數據 A：3, 7, 7, 9, 14。數據 B：2, 4, 6, 8, 10。

21. 求數據 A 的平均數。

答案：平均數 = $(3 + 7 + 7 + 9 + 14) \div 5 = 40 \div 5 = 8$。

22. 求數據 A 的中位數。

答案：由小至大排列為 3, 7, 7, 9, 14，共 5 個數據，中位數為第 3 個 = 7。

23. 求數據 A 的眾數。

答案：7 出現兩次，其次數最高，故眾數為 7。

24. 求數據 B 的標準差（取至三位有效數字）。

答案：平均數 = 6，離差平方和 = 16 + 4 + 0 + 4 + 16 = 40，方差 = 40 ÷ 5 = 8，標準差 = $\sqrt{8} \approx 2.83$。

TutorZone 中四數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。