中四數學練習卷：二次方程、函數圖像與變分

中四　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 22 題

第一部分：二次方程的解法與判別式（15 分）

設 a、b、c 為實數，二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$（a 不等於 0）的判別式為 $b^2 - 4ac$。判別式為正時方程有兩個相異實根，為零時有重根，為負時無實根。求根公式為 $x = (-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}) / (2a)$。

1. 以配方法把方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 的左式寫成 $(x - 3)^2$ 的形式，並解該方程（答案準確至小數後兩位）。

2. 計算方程 $2x^2 + 5x - 3 = 0$ 的判別式，由此判斷根的性質，然後解該方程。

3. 已知方程 $x^2 + kx + 9 = 0$ 有重根，求 k 的所有可能值。

4. 設 α 與 β 為方程 $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 的兩根。求 $\alpha + \beta$、$\alpha\beta$ 及 $\alpha^2 + \beta^2$ 的值（最後一項以最簡分數及小數表示）。

第二部分：二次函數圖像與平移（16 分）

考慮函數 $y = -x^2 + 4x + 5$。其圖像是一條開口向下的拋物線，對稱軸為垂直線 $x = h$，頂點為 (h, k)。

5. 以配方法把 $y = -x^2 + 4x + 5$ 寫成 $y = -(x - h)^2 + k$ 的形式，並寫出頂點的坐標。

6. 寫出圖像的對稱軸方程，以及圖像與 y 軸的交點坐標。

7. 求圖像與 x 軸的兩個交點，並寫出 y 大於 0 時 x 的取值範圍。

8. 把該圖像向右平移 3 單位，寫出新圖像對應的函數，並寫出新頂點的坐標。

第三部分：聯變與反變（17 分）

設 y 隨 x 的平方正變，並隨 z 反變，即 $y = kx^2 / z$，其中 k 為非零常數。當 $x = 3$ 及 $z = 2$ 時，$y = 18$。

9. 求常數 k 的值，並寫出 y 與 x、z 之間的方程。

10. 當 $x = 5$ 及 $z = 4$ 時，求 y 的值。

11. 當 $y = 50$ 及 $z = 8$ 時，求 x 的值（只取正值）。

12. 若 x 增加 20% 而 z 減少 20%，y 會增加百分之幾？

第四部分：二次方程的應用（18 分）

一個長方形花圃的周界為 34 米，面積為 60 平方米。設花圃的闊為 w 米，長為 $(17 - w)$ 米。

13. 以 w 表示花圃的長，並證明 w 滿足方程 $w^2 - 17w + 60 = 0$。

14. 解上述方程，並寫出花圃的長和闊。

15. 圍欄每米造價 45 元，求圍繞花圃一周的費用。

16. 若周界不變而面積改為 72 平方米，求新的長和闊。

第五部分：對數與複利息（17 分）

對數律包括 $\log(ab) = \log a + \log b$ 及 $\log(a \div b) = \log a - \log b$。複利息公式為 $A = P(1 + r)^n$，其中 P 為本金、r 為每期利率、n 為期數。

17. 計算 $\log_2 16 + \log_3 (1/9)$ 的值。

18. 解方程 $2^{(x + 1)} = 32$。

19. 某人存入 20000 元，年利率 5%，每年複利一次。以對數計算，最少要存多少個整年，結餘才會超過 30000 元？並求該年的結餘（準確至小數後兩位）。

第六部分：統計量與概率（17 分）

八名學生在某次數學測驗的得分如下：12、15、15、18、20、22、23、25。

20. 求該組分數的平均數與中位數。

21. 從八人中隨機抽出一人，求其得分高於平均數的概率。

22. 若最低分 12 改為 20，求新的平均數與中位數。

TutorZone 中四數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。