中五数学延伸部分单元一练习卷：二项式定理、指数与对数、微分法则与极值、积分与面积、二项分布、增长率与最优化

中五　数学延伸部分单元一　|　时限：75 分钟　|　总分：100 分　|　共 24 题

甲部：二项式定理（16 分）

每题须列出计算步骤，答案须化至最简。

1. 求 (1 + 2x)^10 展开式中 x^3 的系数。

2. 求 (x − 3/x)^6 展开式中的常数项。

3. 求 (2 + x)^7 展开式中各项系数之和。

4. 求 (1 − x)^8 展开式中 x^5 的系数。

乙部：指数与对数函数（16 分）

除特别指明外，答案须准确至三位有效数字。

5. 解方程 4^(x+1) = 8^(2x−1)。

6. 解方程 $\log_2 x + \log_2 (x - 3) = 2$。

7. 某细菌数量 N = 500 e^(kt)。3 小时后数量为 4000。(a) 求 k；(b) 数量达 20000 需时多少小时？

8. 某放射性物质的半衰期为 12 年。(a) 求衰减常数 k；(b) 30 年后剩下原有量的百分之几？

丙部：微分法及其应用（20 分）

须用微分的标准法则作答，并清楚标明所用法则。

9. 设 $y = (3x^2 + 1)(x - 2)$。(a) 求 dy/dx；(b) 求 x = 2 时 dy/dx 的值。

10. 设 y = (2x + 5)/(x − 1)。用商法则求 dy/dx，并化至最简。

11. 设 $y = (3x^2 + 4)^5$。用链式法则求 dy/dx。

12. 设 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$。求 f(x) 的驻点，并判别各为极大值还是极小值，同时写出对应的函数值。

丁部：积分法与面积（20 分）

不定积分须加积分常数；近似值须列出所用的分点。

13. 求 $\int (6x^2 - 4x + 3)\,dx$。

14. 计算 $\int_0^{2} (3x^2 + 2x)\,dx$。

15. 求曲线 $y = 4 - x^2$ 与 x 轴所围成的区域面积（答案准确至三位有效数字）。

16. 用梯形法则及 4 个等宽子区间，求 $\int_0^2 x^3\,dx$ 的近似值，并与准确值比较，写出绝对误差。

戊部：二项分布与期望（16 分）

概率答案须准确至四位小数。

17. 设 $X \sim B(10, 0.3)$。求 $P(X = 3)$。

18. 承上题，求 X 的期望值及方差。

19. 承上题，求 $P(X \geqslant 1)$。

20. 某球员罚球命中率为 0.8。他射 5 球，设命中数 $Y \sim B(5, 0.8)$。(a) 求全部命中的概率；(b) 求至少命中 4 球的概率。

己部：应用与最优化（12 分）

须说明所用公式或判别方法。

21. 某投资以连续复利增长，金额 $A = 10000\,e^{(0.05t)}$，t 以年计。求 $t = 10$ 时的金额（准确至整数元）。

22. 某产品的生产成本（百元）为 $C(x) = 0.5x^2 - 20x + 500$，$x$ 为产量。求使成本最低的产量及最低成本。

23. 求函数 $f(x) = x^2$ 在区间 $[0, 3]$ 上的平均值。

24. 球体体积 $V = (4/3)\pi r^3$。(a) 求 $r = 5$ 时 dV/dr；(b) 若半径以 0.02 cm/s 增加，求此时体积的变化率（准确至三位有效数字）。

TutorZone 中五数学延伸部分单元一练习卷｜题目与文章为原创，并非任何学校或出版社的教材。