中五數學延伸部分單元一練習卷：二項式定理、指數與對數、微分法則與極值、積分與面積、二項分佈、增長率與最優化

中五　數學延伸部分單元一　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

甲部：二項式定理（16 分）

每題須列出計算步驟，答案須化至最簡。

1. 求 (1 + 2x)^10 展開式中 x^3 的係數。

2. 求 (x − 3/x)^6 展開式中的常數項。

3. 求 (2 + x)^7 展開式中各項係數之和。

4. 求 (1 − x)^8 展開式中 x^5 的係數。

乙部：指數與對數函數（16 分）

除特別指明外，答案須準確至三位有效數字。

5. 解方程 4^(x+1) = 8^(2x−1)。

6. 解方程 $\log_2 x + \log_2 (x - 3) = 2$。

7. 某細菌數量 N = 500 e^(kt)。3 小時後數量為 4000。(a) 求 k；(b) 數量達 20000 需時多少小時？

8. 某放射性物質的半衰期為 12 年。(a) 求衰減常數 k；(b) 30 年後剩下原有量的百分之幾？

丙部：微分法及其應用（20 分）

須用微分的標準法則作答，並清楚標明所用法則。

9. 設 $y = (3x^2 + 1)(x - 2)$。(a) 求 dy/dx；(b) 求 x = 2 時 dy/dx 的值。

10. 設 y = (2x + 5)/(x − 1)。用商法則求 dy/dx，並化至最簡。

11. 設 $y = (3x^2 + 4)^5$。用鏈式法則求 dy/dx。

12. 設 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$。求 f(x) 的駐點，並判別各為極大值還是極小值，同時寫出對應的函數值。

丁部：積分法與面積（20 分）

不定積分須加積分常數；近似值須列出所用的分點。

13. 求 $\int (6x^2 - 4x + 3)\,dx$。

14. 計算 $\int_0^{2} (3x^2 + 2x)\,dx$。

15. 求曲線 $y = 4 - x^2$ 與 x 軸所圍成的區域面積（答案準確至三位有效數字）。

16. 用梯形法則及 4 個等寬子區間，求 $\int_0^2 x^3\,dx$ 的近似值，並與準確值比較，寫出絕對誤差。

戊部：二項分佈與期望（16 分）

概率答案須準確至四位小數。

17. 設 $X \sim B(10, 0.3)$。求 $P(X = 3)$。

18. 承上題，求 X 的期望值及方差。

19. 承上題，求 $P(X \geqslant 1)$。

20. 某球員罰球命中率為 0.8。他射 5 球，設命中數 $Y \sim B(5, 0.8)$。(a) 求全部命中的概率；(b) 求至少命中 4 球的概率。

己部：應用與最優化（12 分）

須說明所用公式或判別方法。

21. 某投資以連續複利增長，金額 $A = 10000\,e^{(0.05t)}$，t 以年計。求 $t = 10$ 時的金額（準確至整數元）。

22. 某產品的生產成本（百元）為 $C(x) = 0.5x^2 - 20x + 500$，$x$ 為產量。求使成本最低的產量及最低成本。

23. 求函數 $f(x) = x^2$ 在區間 $[0, 3]$ 上的平均值。

24. 球體體積 $V = \tfrac{4}{3}\pi r^3$。(a) 求 $r = 5$ 時 $\dfrac{dV}{dr}$；(b) 若半徑以 0.02 cm/s 增加，求此時體積的變化率（準確至三位有效數字）。

TutorZone 中五數學延伸部分單元一練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。