中五数学延伸部分单元二练习卷：矩阵与行列式、向量、二项式定理与数学归纳法、指数对数微分、积分技巧、三角学与极值应用

中五　数学延伸部分单元二　|　时限：75 分钟　|　总分：100 分　|　共 24 题

第一部分：矩阵与行列式（15 分）

须展示计算步骤。

1. 设 A = [[2, 3], [1, 4]]，B = [[1, -1], [2, 0]]，求 AB。

2. 设矩阵 N = [[k, 2], [3, k + 1]]，求使 N 为奇异矩阵（不可逆）的所有 k 值。

3. 设 M = [[4, 1], [2, 3]]，求 det M 及 M 的逆矩阵 M^(-1)。

4. 利用矩阵方法解方程组 3x + y = 5 与 2x + 4y = 10。

第二部分：向量（17 分）

角度准至 0.1 度，其余如非整数须保留根式。

5. 设 $\alpha = (3, -1, 2)$，$b = (1, 4, -2)$。求 $\alpha \cdot b$ 及 α 与 b 的夹角（准至 0.1 度）。

6. 设 $\alpha = (2, t, 1)$ 与 $b = (1, -1, 3)$ 互相垂直，求 t。

7. 设 $\alpha = (2, -1, 3)$，$b = (1, 4, -2)$。求 $\alpha \times b$。

8. 设 A、B 的位置向量分别为 $\alpha = (1, 2, 3)$ 与 $b = (2, -1, 1)$。求三角形 OAB 的面积。

第三部分：二项式定理与数学归纳法（17 分）

归纳法须写明基础步骤、假设与推导。

9. 求 (2 + x)^7 展开式中 x^3 的系数。

10. 求 (x^2 + 2/x)^9 展开式中不含 x 的项。

11. 以数学归纳法证明：对所有正整数 n，1 + 5 + 9 + ... + (4n - 3) = n(2n - 1)。

12. 已知 Σ(k=1 至 n) k(k+1) = n(n+1)(n+2)/3，求 Σ(k=1 至 20) k(k+1)。

第四部分：指数、对数与求导（17 分）

须写出所用求导法则。

13. 设 y = x^2 e^(3x)，求 dy/dx。

14. 设 y = ln(x^2 + 1)，求 dy/dx。

15. 设 $y = x \ln x$（$x > 0$），求曲线在 $x = e$ 处的切线方程。

16. 解方程 $e^{2x} - 3e^{x} + 2 = 0$。

第五部分：积分（17 分）

定积分须写出上下限代入过程。

17. 求不定积分 $\int x e^{x}\,dx$。

18. 计算定积分 $\int_{1}^{e} \ln x\,dx$。

19. 计算定积分 $\int_{0}^{2} \frac{4x}{x^2 + 1}\,dx$。

20. 求由 $y = x$ 与 $y = x^2$ 所围成、介乎 $x = 0$ 与 $x = 1$ 之间区域的面积。

第六部分：三角学与应用（17 分）

三角方程须列出 $0 \leqslant x < 2\pi$ 内所有解。

21. 证明 $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + \sin 2\theta$。

22. 解方程 $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$，其中 $0 \leqslant x < 2\pi$。

23. 设 $y = x^3 - 3x^2 + 4$，求曲线的极大点与极小点。

24. 圆形半径 r 以每秒 2 cm 的速率增加。当 $r = 5$ cm 时，求面积 A 的增加率。

TutorZone 中五数学延伸部分单元二练习卷｜题目与文章为原创，并非任何学校或出版社的教材。