中五數學延伸部分單元二練習卷：矩陣與行列式、向量、二項式定理與數學歸納法、指數對數微分、積分技巧、三角學與極值應用

中五　數學延伸部分單元二　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

第一部分：矩陣與行列式（15 分）

須展示計算步驟。

1. 設 A = [[2, 3], [1, 4]]，B = [[1, -1], [2, 0]]，求 AB。

2. 設矩陣 N = [[k, 2], [3, k + 1]]，求使 N 為奇異矩陣（不可逆）的所有 k 值。

3. 設 M = [[4, 1], [2, 3]]，求 det M 及 M 的逆矩陣 M^(-1)。

4. 利用矩陣方法解方程組 3x + y = 5 與 2x + 4y = 10。

第二部分：向量（17 分）

角度準至 0.1 度，其餘如非整數須保留根式。

5. 設 a = (3, -1, 2)，b = (1, 4, -2)。求 a · b 及 a 與 b 的夾角（準至 0.1 度）。

6. 設 a = (2, t, 1) 與 b = (1, -1, 3) 互相垂直，求 t。

7. 設 a = (2, -1, 3)，b = (1, 4, -2)。求 a × b。

8. 設 A、B 的位置向量分別為 a = (1, 2, 3) 與 b = (2, -1, 1)。求三角形 OAB 的面積。

第三部分：二項式定理與數學歸納法（17 分）

歸納法須寫明基礎步驟、假設與推導。

9. 求 (2 + x)^7 展開式中 x^3 的係數。

10. 求 (x^2 + 2/x)^9 展開式中不含 x 的項。

11. 以數學歸納法證明：對所有正整數 n，1 + 5 + 9 + ... + (4n - 3) = n(2n - 1)。

12. 已知 Σ(k=1 至 n) k(k+1) = n(n+1)(n+2)/3，求 Σ(k=1 至 20) k(k+1)。

第四部分：指數、對數與求導（17 分）

須寫出所用求導法則。

13. 設 y = x^2 e^(3x)，求 dy/dx。

14. 設 y = ln(x^2 + 1)，求 dy/dx。

15. 設 $y = x \ln x$（$x > 0$），求曲線在 $x = e$ 處的切線方程。

16. 解方程 $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$。

第五部分：積分（17 分）

定積分須寫出上下限代入過程。

17. 求不定積分 $\int x e^x \, dx$。

18. 計算定積分 $\int_1^e \ln x \, dx$。

19. 計算定積分 $\int_0^2 \frac{4x}{x^2 + 1} \, dx$。

20. 求由 $y = x$ 與 $y = x^2$ 所圍成、介乎 $x = 0$ 與 $x = 1$ 之間區域的面積。

第六部分：三角學與應用（17 分）

三角方程須列出 $0 \leqslant x < 2\pi$ 內所有解。

21. 證明 $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + \sin 2\theta$。

22. 解方程 $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$，其中 $0 \leqslant x < 2\pi$。

23. 設 $y = x^3 - 3x^2 + 4$，求曲線的極大點與極小點。

24. 圓形半徑 r 以每秒 2 cm 的速率增加。當 $r = 5$ cm 時，求面積 A 的增加率。

TutorZone 中五數學延伸部分單元二練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。