中五數學

中五　數學（延伸部分單元一）　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

1. 指數與對數函數求導（18 分）

答案取 4 位小數，須寫出求導步驟。

1. (a) 設 $y = 3x^2e^{(2x)}$，求 dy/dx，並求 $x = 1$ 時的導數值。

2. (b) 設 $y = \ln(4x + 1)$，求 dy/dx 及 $x = 2$ 時的導數值。

3. (c) 設 $y = e^{(3x)}/x$，求 dy/dx 及 $x = 1$ 時的導數值。

4. (d) 設 $y = x^2 \ln x$，求 dy/dx 及 $x = e$ 時的導數值。

2. 微分應用：駐點、切線與相關變率（16 分）

須寫出 $f'(x)$ 及判別理由。

5. (a) 設 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$，求 $f'(x)$ 及所有駐點的坐標。

6. (b) 求曲線 $y = x^2 + 3x$ 在 $x = 2$ 處的切線方程。

7. (c) 設 $g(x) = x^3 - 3x$，用二階導數判別 $x = 1$ 及 $x = -1$ 的駐點性質。

8. (d) 球體半徑以每秒 0.5 cm 增加，求半徑為 3 cm 時體積的增加率（cm^3/s）。

3. 積分與曲線間面積（16 分）

定積分答案取 4 位小數，須寫出積分步驟。

9. (a) 求 $\int (6x^2 + 4x - 3)\,dx$。

10. (b) 計算 $\int$（由 1 到 2）$3x^2\,dx$。

11. (c) 計算 $\int$（由 0 到 1）$xe^{(x^2)}\,dx$。

12. (d) 求曲線 $y = x^2$ 與直線 $y = x$ 在 $0 \leqslant x \leqslant 1$ 之間所圍的面積。

4. 二項分佈與泊松分佈（18 分）

概率取 4 位小數，須列出所用公式。

13. (a) $X \sim B(10, 0.3)$，求 $P(X = 3)$。

14. (b) 承 (a)，求 X 的平均值、方差及標準差。

15. (c) $Y \sim Po(4)$，求 $P(Y = 0)$ 及 $P(Y \geqslant 1)$。

16. (d) 某路段平均每 5 分鐘有 2.5 輛車經過，以泊松分佈求 5 分鐘內剛好有 2 輛車的概率。

5. 正態分佈（16 分）

可用標準正態分佈表：$\Phi(1) = 0.8413$、$\Phi(1.5) = 0.9332$、$\Phi(-1) = 0.1587$、$z(0.9) = 1.2816$。

17. (a) $X \sim N(60, 8^2)$，求 $P(X < 68)$。

18. (b) 承 (a)，求 $P(52 < X < 72)$。

19. (c) 承 (a)，求 k 使 $P(X < k) = 0.9$。

20. (d) 承 (a)，抽取 16 個樣本，求 $P(\text{樣本平均} > 63)$。

6. 點估計、信賴區間與假設檢定（16 分）

答案取 4 位小數，檢定須寫出結論。

21. (a) 樣本為 12、15、9、14、10，求樣本平均。

22. (b) 承 (a)，求樣本不偏方差。

23. (c) 樣本 25 個、平均 12、標準差 5，求母體平均的 95% 信賴區間。

24. (d) $H_0: \mu = 50$，$H_1: \mu \neq 50$；樣本 36 個、平均 52.4、標準差 9，求檢定統計量並在 5% 顯著水平作結論。

TutorZone 中五數學（延伸部分單元一）練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。